Nauka Tehnika Bezbednost 2 (2002) 85-91

Naučni rad
UDC: 62-412

PRIMJENA MATEMATIČKOG MODELA NA PROCES ZAGRIJAVANJA ČELIČNIH GREDICA

Milisav LALOVIĆ, Žarko RADOVIĆ, Radovan RADOVANOVIĆ[1], Žarko BLEČIĆ
Metalurško-tehnološki fakultet, Podgorica
[1] Policijska akademija, Beograd

(Primljen 11. februara 2002., prihvaćen 3. marta 2002.)

Sadržaj - U ovom radu, koji je samo dio šire studije, prikazani su rezultati izučavanja procesa prenosa toplote pri zagrijavanju gredica od niskolegiranog čelika u koračnoj peći loženoj tečnim gorivom. Numerički model dvodimenzionalnog procesa toplotnog toka se koristi za određivanje temperaturne raspodjele kroz gredicu i temperaturnih promjena pećne atmosfere. U razvijenom modelu, za čije se rješavanje primjenjuje metoda konačnih razlika, izvršena je podjela presjeka gredice na elemente jednakih površina, a vrijeme zagrijavanja je podijeljeno na određen broj intervala (priraštaja). Granični uslovi koji utiču na proces zagrijavanja i temperaturnu raspodjelu, mijenjaju se u toku procesa. Toplotne karakteristike čelika definisane su kao funkcije srednje temperature gredice na početku vremenskog priraštaja.

Ključne riječi: matematički model, prenos toplote, temperaturna raspodjela, zagrijavana gredica od niskolegiranog čelika, koračna peć.

Application of Mathematical Model to the Process of Steel Billets Heating

Abstract - In this paper, which is a part of a wide study, some results of the heat transfer problems during heating of low alloy steel billets in a flame walking beam furnace have been presented. Numerical model considers two-dimensional process of heat flow and it has been used to predict temperature distribution within the billet and the changes of furnace atmosphere temperature. In model developing a finite difference method with subdivision of the billet into elements of equal area was applied. The boundary conditions affecting the heating process and temperature distribution were varied during the time of heating. The thermal properties of the steel were defined as the functions of mean billet temperature at the beginning of a small time increment.

Key words: mathematical model, heat transfer, temperature distribution, low-alloy steel billet, walking beam furnace.

1. Uvod

Mehanizmi prenosa toplote kod zagrijavanja i hlađenja čeličnih gredica izučavaju se prilikom analize mnogih oblasti prerade metala [1-3]. Temperatura metala jedna je od najvažnijih uticajnih veličina na ponašanje metala u uslovima tople prerade, tako da je poznavanje temperaturne raspodjele i temperaturnog polja gredice u procesu zagrijavanja prije toplog valjanja, od posebnog značaja za analizu prenosa toplote u metalurgiji [3-7].

U mnogim praktičnim slučajevima temperaturna raspodjela i toplotni tok ne mogu se smatrati funkcijom jedne promjenljive veličine. Kada su granice sistema neregularne ili kada temperatura duž granica nije uniformna, jednodimenzionalni model nije pouzdan. U tom slučaju temperatura se definiše kao funkcija dvije ili čak i tri koordinate. U praksi zagrijavanja čelika, kada su geometrija i granični uslovi sistema suviše kompleksni, analitička rješenja ne daju zadovoljavajuće rezultate u analizi procesa prenosa toplote. Ti problemi se uspješno rješavaju primjenom jedne od numeričkih metoda [8, 9].

2. Karakteristike procesa zagrijavanja

Izučavanje temperaturne raspodjele sastavni je dio analize procesa prenosa toplote u koračnoj peći za zagrijavanje, koji je povezan sa brojnim problemima u postupku toplog valjanja čelika. Koračne peći, kao uređaji za zagrijavanje, karakterišu se nekim prednostima u odnosu na druge tipove peći u pogledu konstrukcije i uslova toplotnog toka.

2002. Institut bezbednosti, Beograd, Jugoslavija

Zbog toga je za izučavanje toplotnog procesa zagrijavanja gredica u njima potrebno prepoznati sve parametre koji određuju kompleksnost i nestacionarnost toplotnog toka.

Osnovne karakteristike koračnih peći su konstrukcija poda, raspored čeličnih gredica na podu peći, uslovi i brzina zagrijavanja. Model se koristi za dobijanje krivih zagrijavanja za gredice kvadratnog presjeka (0,12 × 0,12 m^2), dužine 10 m. Gredice su od niskolegiranog čelika (Č.4732, JUS). Konačna temperatura zagrijavanja iznosila je do 1200°C.

3. Formulacija modela

Za konkretan slučaj zagrijavanja, kada je dužina gredice mnogo veća od njene širine (visine), problem se može pojednostaviti zanemarivanjem toplotnog toka u smjeru dužine gredice i pretpostavkom da se temperatura po širini peći uzima uniformna. U tom slučaju uzima se odabrani segmenat presjeka gredice kao reprezentant kod uspostavljanja modela koji opisuje kompletan proces zagrijavanja.

Zagrijavanje se posmatra kao dvodimenzionalni toplotni proces. Odabrani segment treba da bude dovoljno daleko od krajeva gredice tako da toplotna razmjena preko čeonih strana gredice (veoma male površine) ne može uticati na temperaturni profil izabranog segmenta. Dalje pojednostavljenje se odnosi na simetričnost toplotnog toka na dvije vertikalne površine presjeka. Iz toga proizilazi identičnost mehanizama radijacije i konvekcije (simetričnost toka toplote u smjeru ose x). Proces prenosa toplote na površinu gredice može se definisati kao toplotni tok od pećne atmosfere na vertikalne i horizontalne površine, koje se uzimaju kao granične površine. Provođenje toplote se razmatra između elemenata posmatranog segmenta.

4. Početni i granični uslovi

Početni uslovi za slučaj izotermijske raspodjele temperature po presjeku gredice koja se zagrijava su:

$$\tau = 0;\quad x \le b/2,\quad y < b,\ t = t_o = \text{const.} \tag{1}$$

Granične uslove treba definisati za sve granične površine, kao i za centralni presjek segmenta, za svaki vremenski interval (priraštaj, inkriment) $\tau > 0$.

Granični uslovi za horizontalne i vertikalne granične površine su:

$$\text{za } y = b;\quad -\frac{\partial t}{\partial y} = \alpha_t (t_f - t_s) \tag{2}$$

$$\text{za } x = b/2;\ -\frac{\partial t}{\partial x} = \alpha_l (t_f - t_s) \tag{3}$$

$$\text{za } y = 0;\quad -\frac{\partial t}{\partial y} = \alpha_{bl} (t_f - t_s) \tag{4}$$

Granični uslovi za centralni sloj mogu se napisati kao:

$$\text{za } x = 0;\quad \frac{\partial t}{\partial x} = 0 \tag{5}$$

Dvodimenzionalni proces prenosa toplote provođenjem (kondukcija), opisan je izrazom:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right) \tag{6}$$

Jednačinama (1-4) može se opisati spoljašnji toplotni tok, tj. toplotni tok od pećne atmosfere na granične površine, dok se jednačine (5, 6) odnose na unutrašnji toplotni tok, odnosno na temperaturnu raspodjelu u unutrašnjosti presjeka. Koriste se za opisivanje temperaturne raspodjele kroz segment i njima se temperatura definiše kao funkcija prostornih koordinata x i y i vremena τ. Jednačinama (1-6) formulisan je matematički model pomoću koga se može definisati temperaturno polje i odrediti intenzitet prenosa toplote u toku zagrijavanja čeličnih gredica u koračnoj peći.

5. Eksplicitna metoda konačnih razlika

U cilju da se dobiju numerička rješenja jednačina modela izveden je računarski program prevođenjem jednačina u diferencijalni oblik. Shodno tome, za dvodimenzionalni proces toka toplote odabrani segment gredice podijeljen je na konačan broj jednakih elemenata u smjeru x i y ose. Elemenat jedinične debljine i dimenzija $\Delta x = \Delta y$, odabran je kao sistem na koji se može primijeniti zakon o održanju energije. Površina segmenta (dvodimenzionalni presjek gredice) podijeljena je na I elemenata u smjeru x, i J elemenata u smjeru y ose. Zbir tih elemenata čini mrežu presjeka, pri čemu se centar elementa uzima kao čvor u određivanju smjera toplotnog toka. Određuje se temperatura čvora (centra) elementa i pretpostavlja da ona ima istu vrijednost po cijelom elementu. Čvorne (nodalne) tačke su označene tako da indeks *i* i *j* ukazuju na poziciju elementa u odnosu na *x* i *y* osu, posebno. Položaj i označavanje nodalnih elemenata dati su u tabeli 1.

Konačne razlike su primijenjene za aproksimaciju diferencijalnih priraštaja temperature i prostor-nih koordinata. Ovo se može koristiti samo ako se tačno odredi granična vrijednost za vremenski interval ($\Delta\tau$), tj. ako se definiše kriterijum stabilnosti mo-dela. Primjenom metode konačnih razlika, svaka „buduća" temperatura elementa, tj. temperatura na kraju vremenskog priraštaja $\Delta\tau$, može se odrediti na osnovu temperature na početku tog priraštaja vremena.

Prenos toplote u koračnoj peći sastoji se od toplotnog toka na površini, provođenja toplote kroz zagrijavano tijelo (gredicu) i akumulacije toplote u gredici. Prenos toplote na površinu gredice može se izraziti jednačinom:

$$Q_s = \alpha_k(t_f - t_s)\,A\Delta\tau + C_R\left[\left(\frac{T_f}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_s}{100}\right)^4\right] \qquad (7)$$

Količina toplote koja se prenese na površinu gredice je:

- za gornju površinu, $Q_T = q_T A_T \Delta\tau$ (8)
- bočnu (vertikalnu) površinu, $Q_L = q_L A_L \Delta\tau$ (9)
- za donju površinu, $Q_B = q_B A_B \Delta\tau$ (10)

Diferencijalna jednačina koja opisuje toplotni tok kroz čvrsto tijelo (provođenje toplote kroz unutrašnjost gredice) je matematički prikaz Furijeovog zako-na, tj. izraz (6), koji označava smjer toplotnog toka. Za dvodimenzionalni nestacionarni proces prenosa toplote, jednačina (6) se može napisati u konačnom obliku kao:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{t_{i,j,k} - t_{i,j}}{\Delta\tau} \qquad (11)$$

Tabela 1. Mjesto i oznake (nodalnih) elemenata.

Oblast (dio) elementa	Broj	Pozicija elementa	Oznaka
Gornja površina	1.	Sredina površine (centralni element)	i=1; j=1
	2.	Dio presjeka od centralnih do graničnih elemenata	i=2 do (I-1); j=1
	3.	Granični element	i=I; j=1
Bočna površina	4.	Dio presjeka od gornjeg graničnog do donjeg graničnog elementa	i=I; j=2 do (J-1)
Donja površina	5.	Srednji granični element	i=I; j=J
	6.	Dio površine između graničnog i donjeg centralnog elementa	i=2 do (I-1); j=J
	7.	Centralni element	i=1; j=J
Unutrašnji slojevi (podpovršinski)	8.	Elementi u unutrašnjosti segmenta (između granične površine i centralnog sloja)	i=1 do (I-1); j=2 do (J-1)
	9.	Centralni slojevi (presjek u smjeru *y* - ose)	

U izrazu (11) indeks i označava x poziciju, j označava y poziciju, a k imenuje vremenski interval. Oznaka $t_{i,j}$ definiše temperaturu na početku vremenskog intervala, a oznaka $t_{i,j,k}$ se koristi za "buduću" vrijednost tj., temperaturu na kraju vremenskog intervala $\Delta\tau$. Uzimajući u obzir jedan tačno određeni, unutrašnji (nezračeći) elemenat, razmjena toplote između njega i njemu susjednih elemenata opisuje se toplotnim bilansom toga elementa. Usvojeno je da se tok toplote u element označava kao pozitivna, a izlaz toplote iz elementa kao negativna vrijednost. Za unutrašnje elemente, toplotni tok u elementu dat je izrazom:

$$Q = L\lambda\Delta\tau\,(t_{i+1,j} + t_{i,j+1} + t_{i,j-1} - 4t_{i,j}) \qquad (12)$$

Jednačine za toplotni tok ostalih elemenata koji su karakteristični za pojedine oblasti odabranog presjeka gredice mogu se izvesti na sličan način.

6. Rezultati

Izvedeni matematički model, dat u prethodnom poglavlju, opisuje temperaturno polje ukupne površine odabranog presjeka gredice. U sistemu jednačina, koje se mogu koristiti kao izrazi za određivanje temperature na kraju vremenskog intervala $\Delta\tau$ za svaki elemenat presjeka gredice, neke veličine nijesu fizičke konstante, već zavise od većeg broja nezavisno promjenljivih. Te veličine, definisane kao polazni ili zadani parametri modela su: temperatura atmosfere peći, specifični toplotni tok, koeficijent prenosa toplote i toplotne karakteristike čelika. Sve one su date kao funkcije temperature osim temperature atmosfere peći koja je funkcija vremena zagrijavanja.

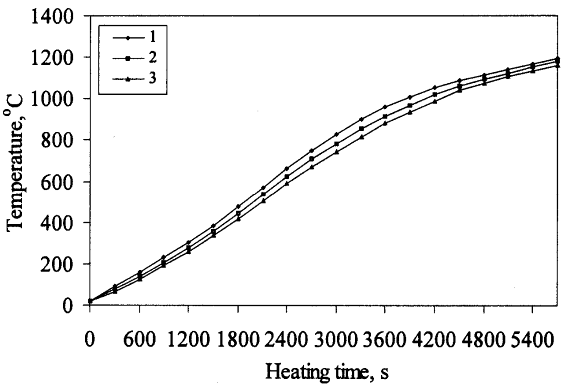
Matematički izrazi za proračun numeričkih vrijednosti tih veličina dati su u tabeli 2.

Tabela 2. Jednačine za određivanje nekih polaznih veličina modela.

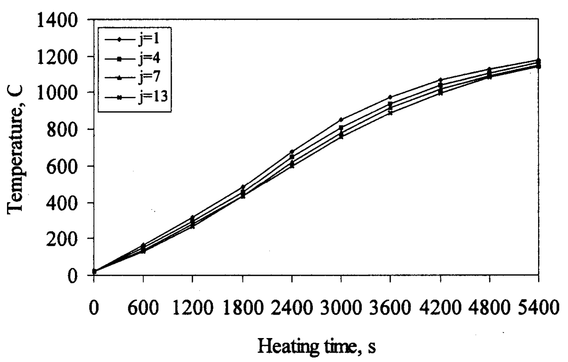
Veličina i oznaka	Jednačine	Broj
Temperatura peći *(^oC)*	$t_f = 618.02 + \tau[0.1638\tau^2(9.0826 - 1.2332\cdot10^{-3}\tau - 9.0036\cdot10^{-7}\tau^2 + 9.8383\cdot10^{-11}\tau^3)\cdot10^{-6}]$	(13)
Specifični toplotni tok *($W m^{-2}$)*	<u>*Gornja površina:*</u> $q_t = 1083759.6188 - t_f(6731.9941 - 16.6378t_f) - t_f^3(2.018 - 1.2302\cdot10^{-3}t_f + 3.0093\cdot10^{-7}t_f^2)\cdot10^{-2}$	(14)
	<u>*Bočna površina:*</u> $q_l = 348135 - t_f(2010.3521 - 4.7213t_f) - t_f^3(5.4876 - 3.2731\cdot10^{-3}t_f + 8.0925\cdot10^{-7}t_f^2)\cdot10^{-3}$	(15)
	<u>*Donja površina:*</u> $q_b = 287196{,}299 - t_f(1783.9784 - 4.409\,t_f) - t_f^3(0.5358 - 0.326\cdot10^{-3}t_f - 0.798\cdot10^{-7}t_f^2)\cdot10^{-2}$	(16)
Specifična toplota čelika *($J\,kg^{-1}K^{-1}$)*	$C = 471.3 - t_m(522.69 + 7639\cdot t_m)\cdot10^{-3}t_m(4.939 + 1.156\cdot10^{-2}t_m - 1.3502\cdot10^{-5}t_m^2 + 7.662\cdot10^{-9}t_m^3 - 1.6877\cdot10^{-12}t_m^4)\cdot10^{-5}$	(17)
Koeficijent toplotne provodljivsti čelika *($W\,m^{-1}K^{-1}$)*	$k = 49.0245 - t_m(0.0741 - 4.8895\cdot10^{-4}t_m) - t_m^3(1.556 - -2.1732\cdot10^{-3}t_m + 1.3811\cdot10^{-6}t_m^2 - 3.2958\cdot10^{-10}t_m^3)\cdot10^{-5}$	(18)
Gustina čelika *($kg\,m^{-3}$)*	$\rho = 7850.138 - t_m(0.452 - 1.334\cdot10^{-4}t_m)$	(19)

Rezultati numeričkog modeliranja procesa zagrijavanja gredice u koračnoj peći, dati su u grafičkom obliku. Svi grafikoni dati na slikama 1÷8 mogu se svrstati u sledeće grupe:

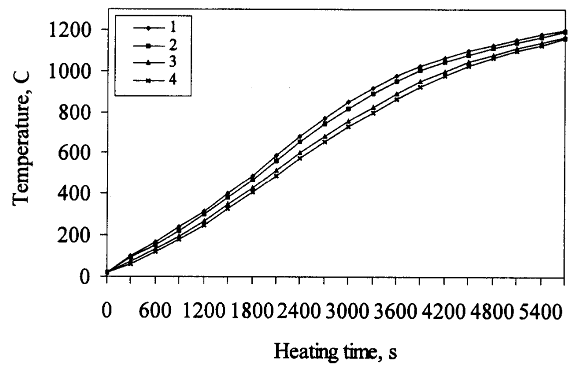
- temperaturne promjene graničnih površina (slika 1 i 2);
- temperaturne promjene elemenata sa ekstremnim vrijednostima temperatura (slika 3);
- temperaturne promjene nezračećih (unutrašnjih) elemenata (slika 4);
- temperaturne promjene u smjeru širine i visine presjeka (slika 5 i 6);
- 3D grafikoni temperaturnih promjena (slika 7 i 8).



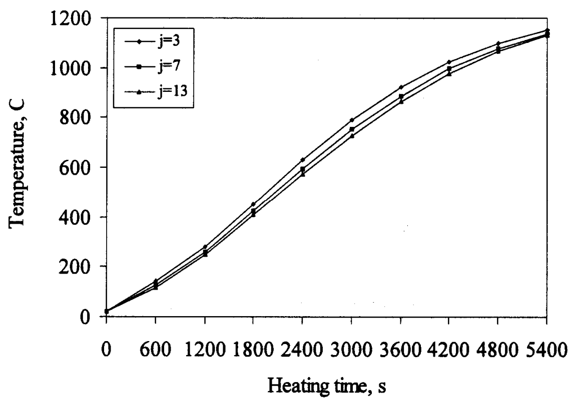
Slika 1. Promjene temperature graničnih površina (srednje vrijednosti); 1 - gornja površina (i=1-8, j=1), 2 - donja površina (i=1-8, j=16), 3 - bočna površina (i=8, j=1-16).



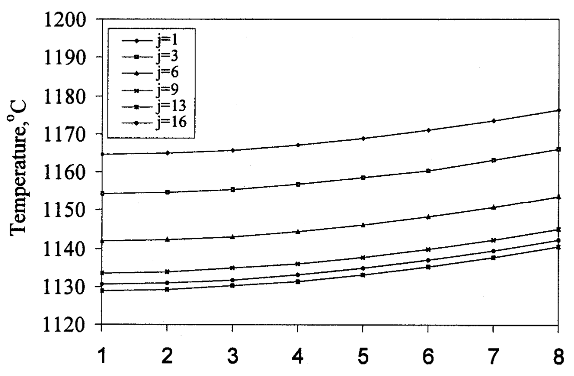
Slika 2. Temperaturne promjene elemenata bočne (vertikalne) površine; 1- (i=8, j=1), 2 - (i=8, j=4), 3 -(i=8, j=7), 4 - (i=8, j=13).



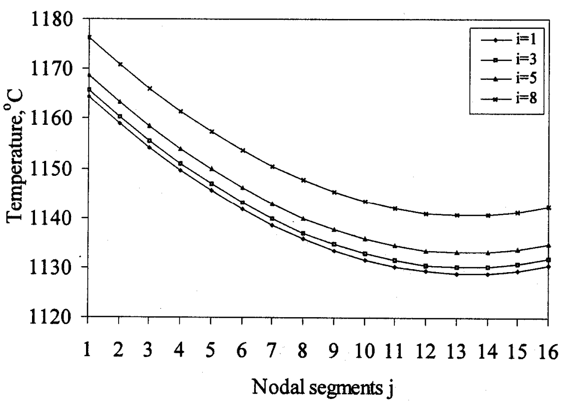
Slika 3. Temperaturne promjene elemenata sa ekstremnim vrijednostima temeprature; 1 - (i=1, j=1), 2 - (i=8, j=1), 3 - (i=1, j=13), 4 - (i=8, j=13).



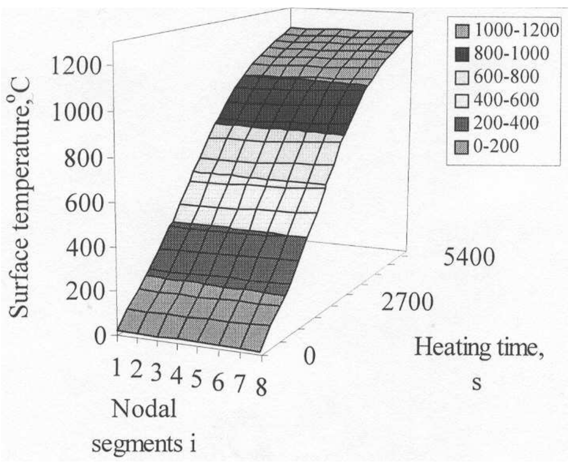
Slika 4. Temperaturne promjene nezračećih (unutrašnjih) elemenata; 1 - (i=1, j=1-16); 2 - (i=4, j=1-16); 3 - (i=7, j=1-16).



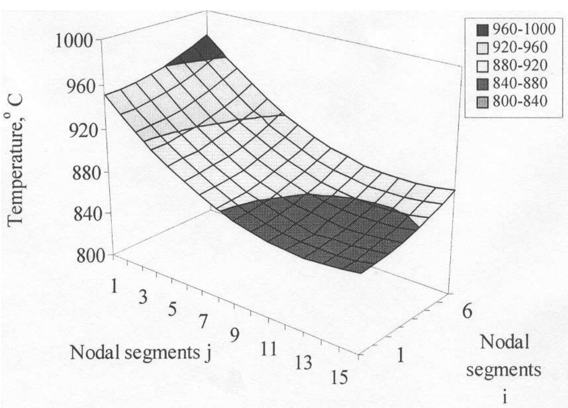
Slika 5. Temperaturne promjene u smjeru širine presjeka gredice (smjer x - ose, τ =5400 s).



Slika 6. Temperaturne promjene u smjeru visine presjeka gredice (smjer y - ose, τ =5400 s).



Slika 7. 3D grafikon temperaturnih promjena gornje površine (i =1-8, j=1).



Slika 8. Temperaturno polje presjeka gredice (τ =3600 s).

7. Zaključak

Dvodimenzionalni matematički model za čije je rješavanje primijenjena metoda konačnih razlika, izveden je u cilju analize nestacionarnog procesa prenosa toplote u toku zagrijavanja čeličnih gredice u koračnoj peći. Korišćenjem dobijenih jednačina modela zajedno sa eksperimentalnim rezultatima, određene su eksplicitne vrijednosti temperature na određenim mjestima presjeka gredice na kraju svakog vremenskog intervala posebno. Određena mjesta na presjeku gredice definisana su uslovima modela i predstavljaju centralne tačke elemenata. Analiza temperaturne raspodjele ukazuje na razlike u smjeru i jačini toplotnog toka, zavisno od graničnih površina, ili na razlike u intenzitetu zagrijavanja.

Temperatura opada od vrha površine presjeka do oblasti sa j =13 oznakom u smjeru y - ose. Poslije toga, evidentirano je da temperatura lagano raste prema donjoj površini gredice. Temperatura raste od centra presjeka prema njegovim bočnim stanama (vertikalne površine presjeka gredice). Temperaturne razlike variraju sa prostornim koordinatama. Najveće temperaturne promjene su dobijene u smjeru y - ose (visina presjeka), a najmanje u smjeru x - ose (širina presjeka). Najtoplija oblast je gornja stranica gredice, ali najhladnija nije donja površina gredice. Element sa maksimalnom vrijednošću temperature je onaj označen kao i =8, j =1, na gornjoj površini, a element oznake i =1; j =13 je najhladniji element u presjeku gredice.

Izvedene jednačine modela zagrijavanja, uz uvođenje dodatnih promjena za vrijednosti polaznih veličina modela, mogu se koristiti kao korak u izučavanju nestacionarnog procesa zagrijavanja, ali i kao osnova za sistem kontrole zagrijavanja.

Lista simbola:

α - koeficijent prenosa toplote (na površinu);
t_f, t_s - temperature atmosfere peći i temperatura površine gredice;
a - koeficijent temperaturne provodljivosti čelika;
C_R - koeficijent zračenja;
q - specifični toplotni tok na površinu (intenzitet toplotnog toka po jedinici površine);
τ - vrijeme zagrijavanja (ukupno vrijeme zagrijavanja, 5700 s);
t_m - srednja vrijednost temperature gredice.

Srednja vrednost početne temperature gredice, $t_{i(m)} = 20^{o}C$; I = 8; J = 16.
$\Delta x = \Delta y = 7.5 \cdot 10^{-3} m$; $\Delta \tau = 1$ s.

Literatura:

[1] M. Radensky, J. Horsky, A.A. Tseng, C.I. Weng; *Steel Research;* 65(9), pp. 375, 1994.

[2] R.D. Wilson, C.T. Chang, C.Y. Sa; *Material Shaping Technology;* 6(4), pp. 229, 1989.

[3] C.M. Sellars; *Material Science and Technology;* 4(1), pp. 325, 1985.

[4] A.A. Tseng, A.S. Guneria, P.F. Sun; *Steel Research;* 62(5), pp. 207, 1991.

[5] R. Jeschar, R. Alt; *Steel Research;* 61(11), pp. 560, 1990.

[6] R.W. Lewis, H.R. Thomas, K.N. Seetharamu; *The Finite Element Method in Heat Transfer Analysis*; John Wiley&Sons, pp. 81-97, 1996.

[7] A.J. Chapman; *Heat transfer*; Macmillan Publishing Company New York, Collier Macmillan Publishers, London, pp. 153-163, 1984.

[8] P.A. Atack, M.R. Abbott; *V Intern. Conf. on Plast. ad Resist. to Metal Deform.*, Herceg Novi, Yugoslavia, pp. 334, 1986.

[9] M. Lalovic; Metal '95; *Proceedings*, Ostrava, Czech Republic, pp.130, 1995.