НБП – Београд, Год. XI, Број 2, 45–60, 2006

УДК 519.2 : 343.132

ПРИМЕНА МЕТОДА МАТЕМАТИЧКЕ СТАТИСТИКЕ У ИСТРАЖНОМ ПОСТУПКУ

Љ. Машковић[1], С. Јаћимовски[2] и Б. Поповић[1]

[1]*Криминалистичко-полицијска академија, Београд*
[2]*Електротехнички факултет, Београд*

Сажетак: Дефинисана је експоненцијална расподела вероватноће да се кривац нађе у кругу од k лица. Вероватноћа се третира као случајна варијабла, док је број осумњичених параметар расподеле. Линеарном расподелом полазне случајне варијабле на нову случајну варијаблу, уз примену метода максималне веродостојности, дефинисане су две нове експоненцијалне расподеле од којих једна сужава број осумњичених а друга га повећава. Бројеви индицијских поена дефинисани су по аналогији са струјом у елекричним колима. Сигурним поенима које дају форензичка истраживања кореспондирано је RL коло, а несигурним који се добијају на основу изјава осумњичених и изјава сведока кореспондирано је LC коло. Установљен је критеријум вредновања несигурних поена и показано је да се фактор претварања несигурних поена у сигурне креће између 0,95 и 0,5.

Кључне речи: *случајна варијабла, осумњичена лица, сигурни индицијски поени, несигурни индицијски поени, фактор вредновања поена.*

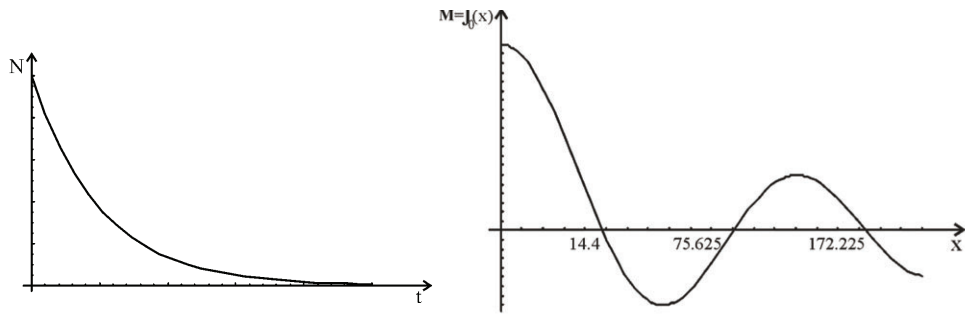
УВОД

Идеја примене статистичких метода у истражном и судском поступку није нова. Примењена је у радовима /1/. У поменутим радовима коришћена је аналогија између индицијских поена и молекула гаса. Аналогија је направљена на основу чињенице да су неки индицијски поени сигурни, и број оваквих поена кореспондиран је броју молекула гаса који се иреверзибилно (неповратно) апсорбују, док је несигуран број индицијских поена кореспондиран броју молекула гаса који се реверзибилно (са могућношћу повратка из апсорбента у средину у којој су се налазили) апсорбују. Сигурне индицијске поене дају форензичка испитивања (експерименти) док несигурни поени долазе углавном од испитивања сведока, јер ови нису сигурни у то шта су видели или чули и осим тога често мењају исказе.

На основу ове аналогије за број сигурних индицијских поена N коришћен је израз $N = N_0 e^{-\alpha t}$, који следи из $\dfrac{dN}{dt} = -\alpha N$.

Што се тиче несигурних индицијских поена, њихов број је одређиван на основу експериментално утврђеног закона реверзибилне апсорпције гасова $\dfrac{dM}{dt} = -\dfrac{\beta}{t}\int_0^x dtM$ /3/. Диференцирањем ове релације дошло се до једначине $\dfrac{d^2M}{dt^2} + \dfrac{1}{t}\dfrac{dM}{dt} + \dfrac{\beta}{t}M = 0$. Сменом $t = \dfrac{\tau^2}{4\beta}$ наведена једначина своди се на Беселову једначину нултог индекса, па се због тога број несигурних индицијских поена рачунао по формули $M = J_0(\sqrt{4\beta t})$, где је J_0 Беселова функција нултог индекса.

Да би ова идеја била јаснија, функције N и M приказаћемо графички на слици 1.



Слика 1

Са слике 1 се види да је број молекула гаса који се иреверзибилно апсорбују монотона функција (лево), док је број молекула гаса који се реверзибилно апсорбују квазипериодична функција којој елонгације опадају са порастом t (десно). Наведени приступ је доста тежак за практичну примену због присуства Беселове функције. То је био разлог да у овом раду применимо аналогије које дају простије формуле.

Овде ће бити коришћена аналогија сигурних индицијских поена са струјом у RL колу, док ће понашању несигурних индицијских поена бити кореспондирана струја у LC колу. Струја у RL колу понаша се по закону $I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$, где је R омски отпор кола, а L његов индуктивитет. У складу са овим, формула за број сигурних индицијских поена остаје иста као и у претходном прилазу, тј. $N = N_0 e^{-\alpha t}$. Што се тиче LC кола може се користити његово партикуларно решење $I = I_0 \cos\frac{t}{\sqrt{LC}}$. Као што се види, ово решење је периодично и струја бива и позитивна и негативна, па се зато форма овог решења користи за дефиницију броја несигурних индицијских поена $M = M_0 \cos\beta t$.

Добијени изрази за N и M биће коришћени за сужавање круга осумњичених за преступ, а вероватноће осумњичених за преступ биће рачунате на бази математичко-статистичких израза који ће у наставку бити изведени.

1. СТАТИСТИЧКА РАСПОДЕЛА ОСУМЊИЧЕНИХ ЗА ПРЕСТУП

Основу за формулисање статистичке расподеле осумњичених за преступ представља чињеница да се од n лица известан број од k лица ($k < n$) може осумњичити за преступ са вероватноћом p при чему је $0 < p < 1$ док се остатак од $n - k$ лица може ослободити сумње. На основу овога, густина расподеле осумњичених за преступ је пропорционална величини p^k. Величина p се третира као случајна варијабла, док је број осумњичених лица k параметар расподеле. На основу овога можемо писати за густину расподеле

$$R = Cp^k \tag{1.1}$$

где је C нормирајући множитељ.

За даљи рачун је погодније да се (1.1) напише у експоненцијалној форми

$$R = Cp^k = Ce^{-k(\ln p)} = Ce^{-kx} \tag{1.2}$$

где је:

$$x = -\ln p \tag{1.3}$$

Пошто је $0 < p < 1$ случајна варијабла X узима вредности x које се крећу у интервалу $0 < x < \infty$.

Нормирану величину R означићемо са $\rho_k(x)$ и она је дата са:

$$\rho_k(x) = ke^{-kx}; \quad \int_0^\infty \rho_k(x)dx = 1 \tag{1.4}$$

Пре даље анализе одредићемо очекивану вредност варијабле X која износи:

$$\langle X \rangle = \int_0^\infty dxx\rho_k(x) = \frac{1}{k} \tag{1.5}$$

Из добијене формуле следи да очекивана вредност опада са бројем осумњичених лица k. Ово на први поглед изгледа нелогично. Ако се узме у обзир да је $\langle X \rangle = \langle -\ln p \rangle$ лако се закључује да мањој вредности $\langle X \rangle$ одговара већа вредност вероватноће p, да се кривац налази у кругу од k лица што потврђује исправност резултата (1.5). Одступање од очекиване вредности карактерише се стандардном девијацијом $\sigma = \sqrt{D}$, где је дисперзија D дата са:

$$D = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle \;\; = \frac{1}{k^2} \tag{1.6}$$

На основу (1.6) и наведене дефиниције стандардне девијације добија се:

$$\sigma = \frac{1}{k} \tag{1.7}$$

Види се да је мера одступања од очекиване вредности једнака очекиваној вредности, што је типично за експоненцијалне расподеле типа (1.4).

2. МЕТОД НАЈВЕЋЕ ВЕРОДОСТОЈНОСТИ И УСАВРШАВАЊЕ РАСПОДЕЛЕ ЛИНЕАРНОМ ТРАНСФОРМАЦИЈОМ НА НОВУ СЛУЧАЈНУ ПРОМЕНЉИВУ

У пракси се веома ретко догађа да се у скупу од k осумничених налази кривац са вероватноћом p. Много је чешћи случај да су за исто k вероватноће различите и да припадају скупу $p_1, p_2, ...p_\mu ...p_n$. То значи да у складу са овим што је речено у претходном одељку уместо једне случајне променљиве

X имамо скуп од n случајних променљивих $X_1, X_2,....X_\mu,....X_n$ којима одговарају густине вероватноће $\rho_k(x_1), \rho_k(x_2),....\rho_k(x_\mu),....\rho_k(x_n)$. У оваквој ситуацији природно се поставља питање колика је величина скупа осумњичених која налбоље репродукује ситуацију. Овај број се одређује методом највеће веродостојности који се сатоји у одређивању максималне вредности функције веродостојности:

$$L_k = \ln \prod_{\mu=1}^{n} \rho_k(x_\mu) \tag{2.1}$$

Ако густину вероватноће ρ_k заменимо у (2.1) добијамо:

$$L_k = \ln \prod_{\mu=1}^{n} \rho_k(x_\mu) = \ln \prod_{\mu=1}^{n} ke^{-kx\mu} \ln(k^n e^{-k\sum_{\mu=1}^{n} x_\mu}) = \frac{1}{n}(\ln k - \sum_{\mu=1}^{n} x_\mu) \tag{2.2}$$

Диференцирајући L_k по k и изједначујући извод са нулом добијамо да је најверодостојнија (оптимална) вредност скупа осумњичених лица:

$$k = \frac{n}{\sum_{\mu=1}^{n} x_\mu} = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{\mu=1}^{n} x_\mu} \tag{2.3}$$

Види се да је оптимално k реципрочна вредност аритметичке средине вредности x_μ које узимају случајне променљиве X_μ.

Уколико истражни орган није задовољан добијеном оптималном расподелом онда он може да тражи неку реалнију расподелу. У том циљу он прелази од случајне променљиве X на случајну променљиву Y линеарном трансформацијом:

$$X = AY + B \tag{2.4}$$

$$Y = \frac{X}{A} - \frac{B}{A} \tag{2.5}$$

Случајне променљиве Y образују скуп $Y_1, Y_2,........Y_\mu.......Y_n$ са одговарајућим густинама вероватноће $r_\theta(y_1), r_\theta(y_2),.....r_\theta(y_\mu),....r_\theta(y_n)$ где је

$$r_\theta(y_\mu) = \theta e^{-\theta y_\mu} \tag{2.6}$$

Као и у претходном случају метод максималне веродостојности даје оптималну вредност параметра θ

$$\theta = \frac{n}{\sum_{\mu=1}^{n} Y_\mu} = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{\mu=1}^{n} Y_\mu} \tag{2.7}$$

Прелаз на нову случајну промењљиву захтева да се одреди веза између оптималних вредности параметара θ и k. У том циљу ћемо у (2.6) изразити y_μ преко x_μ, а то, с обзиром на (2.5) значи да ћемо узети да је:

$$r_\theta = \theta e^{-\frac{\theta}{A}x_\mu} e^{\frac{\theta}{A}B} \tag{2.8}$$

Функција максималне веродостојности постаје

$$\begin{aligned} L_\theta &= \ln \prod_{\mu=1}^{n} \theta e^{-\frac{\theta}{A}x_\mu} e^{\frac{\theta}{A}B} = \ln(\theta^n e^{\theta\frac{B}{A}n} e^{-\frac{\theta}{A}\sum_{\mu=1}^{n} x_\mu}) = \\ &= \ln(\theta^n e^{\theta\frac{B}{A}} e^{-\frac{\theta}{A}\frac{n}{k}}) = n\ln\theta + \theta\frac{B}{A}n - \frac{\theta}{A}\frac{n}{k} \end{aligned} \tag{2.9}$$

Зависно од знака B веза између θ и k се знатно мења. У даљем ћемо претпоставити да је $B > 0$ и у (2.9) узети $B \to |B|$. Тада (2.9) постаје:

$$L_\theta = n\ln\theta + \theta\frac{|B|}{A}n - \frac{\theta}{A}\frac{n}{k} \tag{2.10}$$

изједначавајући извод фубкције (2.10) по θ са нулом добијамо тражену везу између θ и k. Ова веза је:

$$\theta = \frac{Ak}{1 - k|B|} \tag{2.11}$$

Пошто θ, k и A морају бити позитивни на основу (2.11) се добија услов:

$$k|B| < 1 \tag{2.12}$$

Сада ћемо одредити нову густину расподеле случајне промењљиве X на основу густине расподеле r_θ која одговара вредности θ дате са (2.11). Захтеваћемо да нова расподела буде нормирана у интервалу $[0, \infty]$.

Замењујући у (2.6) вредност θ из (2.11) и y_μ са $\frac{x_\mu}{A}-\frac{|B|}{A}$ добијамо расподелу:

$$\rho(x_\mu)=\frac{k}{1-k|B|}Ae^{\frac{k|B|}{1-k|B|}}e^{-\frac{k}{1-k|B|}x_\mu} \tag{2.13}$$

С обзиром на захтев да густина вероватноће ρ мора бити нормирана у интервалу $[0,\infty]$, из (2.13) следи да се ово постиже ако је:

$$Ae^{\frac{k|B|}{1-k|B|}}=1 \tag{2.14}$$

Значи да нормирана вероватноћа (2.13) има облик:

$$\rho(x_\mu)=\frac{k}{1-k|B|}e^{-\frac{k}{1-k|B|}x_\mu} \tag{2.15}$$

Да бисмо одредили величину $k|B|$ логаритмујемо (2.14) и добијени резултат решимо по $k|B|$. Добија се:

$$k|B|=\frac{\ln A}{\ln A-1} \tag{2.16}$$

Ако се узме у обзир да мора бити $k|B|<1$ на основу (2.16) задључујемо да је ово задовољено само ако је $A<1$. Због овога ћемо писати $A=e^{-a}$; $a>0$. Тада (2.16) даје $k|B|=\frac{a}{a+1}$. С обзиром на ово коначан облик расподеле (2.15) је:

$$\rho_a(x_\mu)=k(1+a)e^{-k(1+a)x_\mu}\,;a>0 \tag{2.17}$$

Размотрићемо сада случај када је константа B негативна, тј. $B\rightarrow-|B|$. У овом случају веза између θ и k (2.11) постаје:

$$\theta=\frac{Ak}{1+k|B|} \tag{2.18}$$

док формула (2.13) добија облик:

$$\rho(x_\mu) = \frac{k}{1+k|B|} A e^{-\frac{k|B|}{1+k|B|}} e^{-\frac{k}{1+k|B|}x_\mu} \tag{2.19}$$

Услов нормирања у овом случају гласи:

$$Ae^{-\frac{k|B|}{1+k|B|}} = 1 \tag{2.20}$$

Логаритмујемо (2.20) и добијену једначину решимо по $k|B|$

$$k|B| = \frac{\ln A}{1-\ln A} \tag{2.21}$$

Пошто $k|B|$ мора бити позитивно на основу (2.21) следи да А мора да лежи у интервалу $[1,e]$. Узећемо да је $A = e^b$. Тада (2.21) постаје

$$k|B| = \frac{b}{1-b};\ 0 < b < 1 \tag{2.22}$$

док је $\frac{1}{1+k|B|} = 1-b$, па густина расподеле (2.19) има облик:

$$\rho_b(x_\mu) = k(1-b)e^{-k(1-b)x_\mu};\quad 0 < b < 1 \tag{2.23}$$

Поставља се питање: шта уствари значи прелаз на нову случајну променљиву. Добијени резултати показују да се број осумњичених лица од k по полазној расподели мења на $k(1+a)$ односно на $k(1-b)$. Са тачке гледишта истраге ова промена броја осумњичених лица се постиже убрзавањем истраге и селекцијом сигурних индицијских поена у односу на несигурне. Интересантно је да убрзање истраге појачава расподелу ρ_a, а смањује расподелу ρ_b, што је такође корисно јер повећано ρ_b указује да се истрага случајно или силом прилика углавном користила несигурним индицијским поенима.

Да би горњи исказ учинили јаснијим навешћемо очекиване вредности добијене по расподелама ρ_k, ρ_a и ρ_b. Ове очекиване вредности су:

$$\langle X \rangle_k = \frac{1}{k} \tag{2.24}$$

$$\langle X \rangle_a = \frac{1}{k(a+1)};a>0 \tag{2.25}$$

$$\langle X \rangle_b = \frac{1}{k(1-b)};0<b<1 \tag{2.26}$$

Пошто је на основу Јенсенове неједнакости $\langle f(x) \rangle \geq f\langle x \rangle$ /4/

$$\langle X \rangle = \langle -\ln p \rangle \geq -\ln\langle p \rangle \tag{2.27}$$

из (2.24–2.26) добијамо, респективно

$$\langle p \rangle_k \leq e^{\frac{1}{k}} \tag{2.28}$$

$$\langle p \rangle_a \leq e^{-\frac{1}{k(1+a)}};\ a>1 \tag{2.29}$$

$$\langle p \rangle_b \leq e^{-\frac{1}{k(1-b)}};\ 0<b<1 \tag{2.30}$$

Види се да је $\langle p \rangle_a$ ближе јединици него $\langle p \rangle_k$, док је $\langle p \rangle_b$ даље од јединице него $\langle p \rangle_k$. То значи да убрзањем истраге и коришћењем углавном сигурних индицијских поена можемо сузити круг осумњичених. Уколико се круг не сужава већ шири, то значи да је истрага ишла погрешним путем, тј. да се убрзавало углавном помоћу несигурних индицијских поена.

Очигледно је да расподела ρ_a може да сузи круг осумњичених у односу на расподелу ρ_k. Као пример посматраћемо случај када се по расподели ρ_k кривац налази у кругу од 10 осумњичених. Ако се користи расподела ρ_a за $a=1$ добија се да се са истом вероватноћом кривац налази у кругу само 5 лица.

3. СИГУРНИ И НЕСИГУРНИ ИНДИЦИЈСКИ ПОЕНИ И ЊИХОВО КОРИШЋЕЊЕ У ИСТРАЗИ

У уводном делу је речено да ће сигурни индицијски поени бити рачунати по аналогији са струјом у RL колу, а несигурни по аналогији са струјом у LC колу. У формулама које су наведене у уводу уместо струје у RL колу писаћемо број сигурних индицијских поена које ћемо означити са N. Струја у LC колу биће замењена бројем несигурних индицијских поена које ћемо означити са М. Уместо временске променљиве t користићремо вредности x које добија случајна променљива X. Као што смо већ видели због $X = -\ln P$ променљива x се мења у интервалу $[0, \infty]$.

На основу овога за број сигурних индицијских поена (добијају се форензичким истраживањима) користиће се формула

$$N = N_0 e^{-\alpha x} \tag{3.1}$$

док ће се за број несигурних индицијских поена (изјаве осумњичених или сведока) користити формула

$$M = M_0 \cos \beta x \tag{3.2}$$

Из наведених формула се види да је за $x = 0$, односно $p = 1$ број индицијских поена максималан, тј. $N = N_0$ и $M = M_0$. То практично значи да је истрага најуспешнија ако се сви постојећи докази узму у обзир. Очигледно је да се ово тешко и готово никад не постиже. Најреалније бројеве и сигурних и несигурних индицијских поена добијамо усредњавање (3.1) и (3.2) по расподелама (1.4), (2.17) и (2.23). Ове средње вредности се лако рачунају и износе за сигурне индицијске поене:

$$\begin{aligned}
\langle N \rangle_k &= N_0 \frac{1}{1 + \dfrac{\alpha}{k}} \\
\langle N \rangle_a &= N_0 \frac{1}{1 + \dfrac{\alpha}{k(1+a)}}; \quad a > 0 \\
\langle N \rangle_b &= N_0 \frac{1}{1 + \dfrac{\alpha}{k(1-b)}}; \quad 0 < b > 1
\end{aligned} \tag{3.3}$$

док су одговарајуће средње вредности за несигурне поене:

$$\begin{aligned}
\langle M \rangle_k &= M_0 \frac{1}{1 + \dfrac{\beta^2}{k^2}} \\
\langle M \rangle_a &= M_0 \frac{1}{1 + \dfrac{\beta^2}{k^2(1+a)^2}}; \quad a > 0 \\
\langle M \rangle_b &= M_0 \frac{1}{1 + \dfrac{\beta^2}{k^2(1-b)^2}}; \quad 0 < b > 1
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Анализа наведених формула показује да се по расподели (2.17) највећи број поена (и сигурних и несигурних) укључи у истрагу. То другим речима значи да се коришћењем расподеле (2.17) постиже најобјективнији исход истраге.

Пошто смо анализом очекиваних вредности и анализом средњег броја индицијских поена закључили да у истрази треба користити расподелу (2.17), преостаје да се реши још један за истрагу веома важан проблем, а то је питање како треба вредновати несигурне индицијске поене у односу на сигурне индицијске поене. Критеријум вредновања не сме зависити од почетних бројева сигурних и несигурних индицијских поена. Осим тога критеријум се мора установити за исти тип декремената α и β. Што се тиче овог другог морамо се вратити на аналогију коју користимо, а то су струје у LC и RL колу. У Формули за LC коло α представља фреквенцију док у једначини за струју LC кола фигурише квадрат фреквенције. Због тога ћемо у формулацији критеријума узети да $\beta \to \sqrt{\alpha}$.

У вези са изложеним правилима о критеријуму фактор претварања несигурних индицијских поена у сигурне индицијске поене ћемо дефинисати као:

$$f = \lim_{\beta \to \sqrt{\alpha}} \frac{N_0^{-1} N}{M_0^{-1} M} \tag{3.5}$$

Користећи формуле (3.3) и (3.4) налазимо на основу (3.5) следеће вредности фактора претварања:

$$\begin{aligned} f_k &= \frac{1}{k} \frac{k^2 + \alpha^2}{k + \alpha} \\ f_a &= \frac{1}{k(1+a)} \frac{k^2(1+a)^2 + \alpha^2}{k(1+a) + \alpha}; a > 0 \\ f_b &= \frac{1}{k(1-b)} \frac{k^2(1-b)^2 + \alpha^2}{k(1-b) + \alpha}; 0 < b < 1 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Пошто су несигурни индицијски поени мање вредни од сигурних сви фактори претварања (3.5) морају бити мањи од јединице. На основу овога следи респективно да се

– фактор претварања f_k може користити ако је $k > 1$, тј. $k = 2,3,4,....$.

– фактор претварања f_a се може користити ако је $k \geq 1$, тј. за све вредности $k = 1,2,3,....$

– фактор претварања f_b се може користити ако је $k > \dfrac{1}{1-b}$.

Пошто је $0 < b < 1$ јасно је да се фактор f_b може користити само за веће скупове k осумњичених лица. Рецимо ако је $b = 0{,}99$ онда је $k > 100$, тј. фактор f_b може да се користи тек кад скуп осумњичених лица премаши број 100.

Да би ова анализа била јаснија прилажемо таблице фактора претварања за најтипичније вредности k, a, b.

ТАБЕЛЕ 1.

α = 0.1; a = 0.1; b = 0.1			
k	f_k	f_a	f_b
1	1	0.992	1.01
2	0.976	0.976	0.976
3	0978	0.979	0.976
4	0.982	0.983	0.980
5	0.984	0.985	0.983
10	0.991	0.991	0.990
100	0.9990	0.9991	0.9989

α = 1; a = 0.1; b = 0.1			
k	f_k	f_a	f_b
1	1	0.957	1.06
2	0.833	0.830	0.841
3	0.833	0.838	0.830
4	0.850	0.857	0.843
5	0.867	0.874	0.865
10	0.918	0.924	0.911
100	0.990	0.991	0.989

α =10; a = 0.1; b = 0.1			
k	f_k	f_a	f_b
1	1	0.918	1.102
2	0.583	0.553	0.623
3	0.487	0.476	0.504
4	0.464	0.463	0.465
5	0.467	0.472	0.466
10	0.550	0.567	0.532
100	0.910	0.917	0.901

Tablice potvrđuju ispravnost opšte analize koja je gore navedena, ali ukazuju i na činjenicu da sa porastom dekrementa α vrednost nesigurnih indicijskih poena u odnosu na sigurne se oštro smanjuje. Tako naprimer za $\alpha = 0{,}1$ nesiguran indicijski poen je oko 0,95 sigurnih poena dok za $\alpha = 10$ nesiguran indicijski poen iznosi oko 0,5 sigurnog poena.

I ovaj zaključak je realan jer se pri brzom menjanju broja indicijskih poena nesigurnim dokazima mora manje verovati.

TABELE 2.

α = 1; a = 0.5; b= 0.5			
k	f_k	f_a	f_b
1	1.000	0.866	1.666
2	0.833	0.833	1.000
3	0.833	0.858	0.866
4	0.68	0.880	0.833
5	0.866	0.898	0.828
10	0.918	0.942	0.866
100	0.990	0.993	0.980

α = 0.1; a = 0.5; b= 0.5			
k	f_k	f_a	f_b
1	1.000	0.979	1.166
2	0.976	0.978	1.000
3	0.978	0.983	0.979
4	0.982	0.986	0.976
5	0.984	0.989	0.977
10	0.990	0.994	0.948
100	0.999	0.999	0.998

α = 10; a = 0.5; b= 0.5			
k	f_k	f_a	f_b
1	1.000	0.710	1.952
2	0.583	0.487	1.000
3	0.487	0.463	0.710
4	0.464	0.479	0.583
5	0.466	0.504	0.52
10	0.550	0.626	0.466
100	0.910	0.938	0.836

α = 0.1; a = 0.9; b = 0.9			
k	f_k	f_a	f_b
1	1.000	0.976	5.500
2	0.976	0.981	2.333
3	0.978	0.985	1.583
4	0.982	0.989	1.300
5	0.984	0.991	1.167
10	0.991	0.995	1.000
100	0.999	0.999	0.991

α = 1; a = 0.9; b = 0.9			
k	f_k	f_a	f_b
1	1.000	0.863	9.182
2	0.833	0.846	4.333
3	0.833	0.877	2.795
4	0.850	0.899	2.071
5	0.867	0.915	1.667
10	0.918	0.953	1.000
100	0.990	0.995	0.835

k	f_k	f_a
1	1	0.745
2	0.693	0.730
3	0.583	0.639
4	0.583	0.835
5	0.600	0.862
10	0.700	0.908
100	0.990	0.992

α = 10; a = 0.9; b = 0.9			
k	f_k	f_a	f_b
1	1.000	0.602	9.991
2	0.583	0.486	4.922
3	0.487	0.475	3.265
4	0.464	0.506	2.442
5	0.467	0.541	1.952
10	0.550	0.673	1.060
100	0.910	0.950	0.550

ЗАКЉУЧАК

Резултати приложене анализе могу се резимирати на следећи начин:

1. Вероватноћа да кривац припада кругу од k осумњичених лица третира се као случајна променљива са експоненцијалном густином распада.

2. Коришћењем метода максималне веродостојности уз линеарну трансформацију случајне променљиве нађене су измењене варијанте полазнегустине расдподеле и процењено је да оне могу да усаврше и процес и резултат истраге.

3. Коришћењем аналогије са струјним RL и RC колима нађене су формуле за промену броја сигурних индицијских поена (ови се добијају форензичким истраживањима) и за промену броја несигурних индицијских поена (ови се добијају из изјава сведока и изјава осумњичених лица).

4. Дефинисан је критеријум вредновања несигурних индицијских поена у односу на сигурне.

ЛИТЕРАТУРА

1. B. Tošić, R. Maksimović, N. Đapić, S. Pilipović, NBP, Vol.3, Br. 1, 15, Beograd (1997).

2. R. Maksimović, M. Pantić, S. Pilipović, B. Tošić, NBP, Vol.3, Br. 1, 24, Beograd (1997).

3. U. Timitić, *First World Renewable Energy Congress,* London, Reading, Vol 3, str. 2137.

4. S. Vukadinović, *Elementi računa verovatnoće i matematičke statistike*, Privredni pregled, Beograd (1970).

APPLICATION OF THE MATHEMATICAL STATISTICS METHOD IN INVESTIGATION PROCEDURE

Lj. Masković, Academy of Criminalistic and Police Studies, Belgrade
S. Jaćimovski, Faculty of Electrical Engineering, Belgrade
B. Popović, Academy of Criminalistic and Police Studies, Belgrade

Summary: The probability that lawbreaker is in the circle of k suspicious persons is defined. The probability is treated as random variable, while number of the suspicious is the parameter of distribution. This distribution is of exponential type. Going over to new random variable and using maximum-likelihood method, two new exponential distributions are found. One of them makes a narrower circle of suspicious persons with respect to the initial one, while the other widens it. The numbers of stable as well as unstable evidence points are defined in using analogy with currents in *RL* and *RC* electrical circuit. *RL* circuit corresponds to stable points and RC circuit corresponds to unstable ones. The criterion of assessing unstable points (statements of witnesses) with respect to stable points (forensic experiments) is given. It turns out that translating factor for unstable points lies within interval (0.95 and 0.5).