

КРИМИНАЛИСТИЧКО ПОЛИЦИЈСКИ УНИВЕРЗИТЕТ



Ниво студија: Докторске академске студије

Назив студијског програма: Форензичко инжењерство

Александра З. Вуловић

**АНАЛИЗА УТИЦАЈА АЕРОПОЛУТАНАТА НА
ЗДРАВЉЕ ЉУДИ СА АСПЕКТА ЕКОЛОШКЕ
ФОРЕНЗИКЕ**

докторска дисертација

Ментор:

проф. др Стево Јаћимовски

Коменторка:

доц. др Јелена Ламовец

Београд, новембар 2021. године

*Велику захвалност дугујем ментору др
Стеви Јаћимовском, редовном професору
и научном саветнику, и коменторки др
Јелени Ламовец, доценту и вишем научном
сараднику, на дугогодишњој сарадњи и
великој помоћи при изради дисертације и
корисним сугестијама.*

*Највећу захвалност дугујем својој
породици на подршци током свих ових
година.*

Резиме

Приликом сваког нашег удисаја, удахнемо и до милион честица, па је површина нашег респираторног система константно изложена различитим загађивачима ваздуха. Загађење ваздуха честицама повезано је са акутним порастом морталитета и морбидитета, првенствено код старијих особа, деце и особа са већ постојећим респираторним и кардиоваскуларним болестима. За наше здравље је веома значајан квалитет ваздуха и тип честица које се налазе у њему. Честице одређеног хемијског састава и величине могу имати негативан ефекат на здравље људи. У оквиру дисертације анализиран је утицај аерополутаната на здравље људи, применом аналитичких и нумеричких метода, у циљу унапређења знања о њиховом транспорту и депозицији у респираторном систему. Представљени резултати укључују дистрибуцију брзина и напона смицања у горњем и доњем респираторном тракту, као и дистрибуције притиска, турбулентне кинетичке енергије и локације честица NO_2 и SO_2 у горњем респираторном тракту. Представљен приступ анализе аерополутаната може допринети области еколошке форензике, кроз могућност добијања прелиминарних резултата за велики број различитих ситуација у кратком временском року.

Кључне речи: адвективно дифузна једначина, депозиција честица, нумеричке методе, респираторни систем

Abstract

During each of our inhalations, we inhale up to a million particles, which means that the surface of our respiratory system is constantly exposed to various air pollutants. Particulate matter is associated with an acute increase in mortality and morbidity, primarily in the elderly, children and persons with pre-existing respiratory and cardiovascular diseases. Air quality and the type of particles contained in it are very important for our health. Particles of a certain chemical composition and size can have a negative effect on human health. The thesis analyze the impact of air pollutants on human health by applying analytical and numerical methods in order to improve knowledge about their transport and deposition in the respiratory system. The presented results include the distribution of velocity and shear stress in the upper and lower respiratory tract, as well as the distribution of pressure, turbulent kinetic energy and the location of NO₂ and SO₂ particles in the upper respiratory tract. The presented approach to air pollutants analysis can contribute to the field of environmental forensics through the possibility of obtaining preliminary results for a large number of different situations in a short period of time.

Keywords: advective diffusion equation, particle deposition, numerical methods, respiratory system

Садржај

1. УВОД	1
2. АТМОСФЕРА И ЗАГАЂИВАЧИ ВАЗДУХА	7
2.1. Састав, структура и слојеви атмосфере	7
2.2. Метеоролошки параметри за мониторинг ваздуха.....	9
2.3. Загађивачи ваздуха	15
3. МОДЕЛОВАЊЕ АЕРОЗАГАЂЕЊА	24
3.1. Основни појмови	24
3.2. Модели за описивање процеса загађења ваздуха	31
3.3. Преглед литературе за различите моделе ЈАД	35
3.4. Ојлеров модел	40
3.4.1. Решење ЈАД за случај тешких конзервативних примеса.....	42
3.5. Гаусов модел	45
4. НУМЕРИЧКО РЕШЕЊЕ ЈАД.....	50
4.1. Адомиан декомпозициони метод	50
4.2. Упоредивање нумеричких резултата са експериментима - верификација модела.....	55
4.3. Нумеричке методе у софтверским пакетима	61
4.4. Решавање ЈАД применом софтверског пакета РАК-F	64
5. РЕСПИРАТОРНИ СИСТЕМ.....	68
6. ГЕНЕРИСАЊЕ 3D МОДЕЛА РЕСПИРАТОРНОГ СИСТЕМА	78
6.1. Преглед постојећих модела	78
6.2. Процес реконструкције	81
6.3. Аквизиција снимака за реконструкцију 3D геометрије	82
6.4. Сегментација снимака и детектовање контура	83
6.5. Генерисање и обрада површинске мреже 3D модела.....	84
6.6. Генерисање запреминске мреже 3D модела.....	87

7.	НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА РЕСПИРАТОРНОГ СИСТЕМА.....	88
7.1.	Гранични услови.....	88
7.2.	Резултати за симулацију горњег респираторног тракта	92
7.2.1	Карактеристике струјања ваздуха.....	92
7.2.2	Честице	97
7.3.	Резултати за симулацију доњег респираторног тракта	99
8.	ЗАКЉУЧАК	102
9.	ПРИЛОЗИ.....	105
9.1.	Прилог 1. Решење једначине молекуларне дифузије операторским методом.....	105
9.2.	Прилог 2. Решење ЈАД за различите граничне услове, профиле ветра и класе стабилности атмосфере	108
10.	РЕФЕРЕНЦЕ	114

Листа слика

Слика 1. Рангирање фактора ризика према укупном броју умрлих у 2019. години	4
Слика 2. Слојеви атмосфере.....	8
Слика 3. Анемометри са ротирајућим чашама.....	11
Слика 4. Транспорт полутаната	25
Слика 5. Расподела концентрације полутаната на површини Земље	44
Слика 6. 3D приказ расподеле концентрација према Адомиан нумеричком решењу ЈАД....	55
Слика 7. Поређење измерених и израчунатих вредности нормализованих концентрација: 1- мерене вредности, 2-вредности рачунате према Ојлеровом моделу, 3- вредности рачунате према Гаусовом моделу	59
Слика 8. Концентрација загађења за висину извора 50 m	65
Слика 9. Концентрација загађења за висину извора 100 m	65
Слика 10. Концентрација загађења за висину извора 150 m	66
Слика 11. Концентрација загађења за висину извора 200 m	66
Слика 12. Главни делови респираторног система.....	68
Слика 13. Горњи респираторни тракт	69
Слика 14. Плућа.....	71
Слика 15. Доњи респираторни тракт.....	72
Слика 16. Бронхиоле и алвеоле	73
Слика 17. Модел горњег респираторног тракта из 2000. године	78
Слика 18. Модел горњег респираторног тракта из 2004. године	78
Слика 19. Идеализовани модел плућа (Høiby, 2011).....	79
Слика 20. Реални модел плућа (Sauret, Goatman, Fleming, & Bailey, 1999)	80
Слика 21. Реални модел респираторног система.....	81
Слика 22. Фазе процеса реконструкције	82
Слика 23. Приказ фронталног (А), сагиталног (Б) и трансверзалног (В) пресека	84
Слика 24. Прелиминарни 3D модел горњег респираторног тракта	85
Слика 25. Прелиминарни 3D модел доњег респираторног тракта.....	85
Слика 26. Површинска мрежа модела горњег респираторног тракта.....	86
Слика 27. Површинска мрежа модела доњег респираторног тракта	86
Слика 28. Случај 1 – улаз и излази	90
Слика 29. Случај 2 – улаз и излази	90

<i>Слика 30. Случај 1 – расподела брзина</i>	<i>92</i>
<i>Слика 31. Случај 2 – расподела брзина</i>	<i>93</i>
<i>Слика 32. Случај 1 – расподела притисака</i>	<i>94</i>
<i>Слика 33. Случај 2 – расподела притисака</i>	<i>94</i>
<i>Слика 34. Случај 1 – расподела турбулентне кинетичке енергије</i>	<i>95</i>
<i>Слика 35. Случај 2 – расподела турбулентне кинетичке енергије</i>	<i>96</i>
<i>Слика 36. Расподела напона смицања за оба случаја.....</i>	<i>96</i>
<i>Слика 37. Локација NO₂ честица.....</i>	<i>97</i>
<i>Слика 38. Локација SO₂ честица</i>	<i>98</i>
<i>Слика 39. Расподела брзина за случај 1</i>	<i>100</i>
<i>Слика 40. Расподела брзина за случај 2</i>	<i>100</i>
<i>Слика 41. Расподела напона смицања за случај 1 и 2.....</i>	<i>101</i>
<i>Слика 42. Контура обиласка пола подинтегралне функције у комплексној равни.....</i>	<i>106</i>

Листа табела

Табела 1. Хемијски састав ваздуха	7
Табела 2. Промена вредности експонента у зависности од стабилности атмосфере	11
Табела 3. Утицај метеоролошких параметара на класе стабилности	12
Табела 4. Утицај Ричардсоновог броја на стабилност атмосфере	13
Табела 5. Константе за израчунавање Монин-Обухове дужине	14
Табела 6. Својства честица и гасова који утичу на њихово таложење	21
Табела 7. Преглед истраживања	35
Табела 8. Класе стабилности Пасквила и емпиријски коефицијенти.....	48
Табела 9. Упоредне вредности мерених и израчунатих по Гаусовом моделу нормализованих концентрација C/Q	57
Табела 10. Поређење израчунатих вредности на основу Ојлеровог и Гаусовог модела.....	60
Табела 11. Преглед развијених модела	80
Табела 12. Информације о коришћеним снимцима.....	83
Табела 13. Информације о коришћеним снимцима.....	87
Табела 14. Процент депонованих честица и честица које су изашле из модела	98

Списак скраћеница

Скраћеница	Израз на енглеском	Значење
ЈАД	Advection Diffusion Equation	Адвективно дифузна једначина
ПДЈ	Partial Differential Equation	Парцијална диференцијална једначина
ХОПБ	Chronic obstructive pulmonary disease	Хронична опструктивна плућна болест
3D	3 Dimensional	Тродимензионални
DPM	Discrete Phase Model	Модел дискретне фазе
GILTT	Generalized Integral Laplace Transform Technique	Генерализована интегрална Лапласова техника трансформације
GITT	Generalized Integral Transform Technique	Техника генерализоване интегралне трансформације
LES	Large eddy simulation	Симулације крупних вртлога
MMAD	Mass Median Aerodynamic Diameter	Средњи аеродинамички пречник масе
PM	Particulate Matter	Честице загађивачи
RANS	Reynolds Average Navier-Stokes	Усредњене Навије Стоксове једначине
СТ	Computed (or Computerised) Tomography	Компјутеризована томографија

Списак ознака

Ознака	Назив	Јединица
z	висина изнад површине тла	m
$u(z)$	брзина ваздуха на висини z	m/s
u_0	брзина ветра измерена на висини z_0	m/s
p	експонент који зависи од стабилности атмосфере и карактера рељефа	-
R_i	Ричардсонов број	-
T	апсолутна температура	°C
g	гравитационо убрзање	m/s ²
u	просечна брзина ветра	m/s
C	вертикални топлотни флуks	W/m ²
ρ	густина ваздуха	kg/m ³
c_p	специфична топлота	J/kgK
h	дебљина граничног слоја	m
Q	снага тачкастог извора	g/s
\bar{Q}	снага линеарног извора	g/sm
$\bar{\bar{Q}}$	снага површинског извора	g/sm ²
D_{ae}	аеродинамички пречник честице	m
D	геометријски пречник честице	m
ρ_p	густина честице	kg/m ³
C	концентрација	μg/m ³
p	притисак	Pa
D	кофицијент (молекуларне) дифузије	m ² /s
\vec{J}_d	дифузни проток	m ² /s
\vec{J}_k	конвективни проток	m ² /s
U	брзина	m/s
w, u и v	компоненте брзине	m/s
w_{sed}	брзина седиментације РМ честица	m/s

w_{dep}	брзина депозиције РМ честица	m/s
H	ефективна висина извора	m
δ	Диракова функција	-
μ	динамичка вискозност средине	kg/ms
k_y, k_z	кофицијенти турбулентне дифузије	m ² /s
σ_y, σ_z	дисперзије полутаната дуж одговарајућих координатних оса	m
u_*	брзина конвекције	m/s
v_g	брзина гравитационог таложења	m/s
a, b, c, d	емпиријски кофицијенти који зависе од класе стабилности атмосфере	-
m	експонент који зависи од класе стабилности атмосфере	-
h	висина слоја мешања	m
$NSKG$	нормализована средња квадратна грешка	-
R	кофицијент корелације	-
$FAC2$	однос концентрација	-
FB	разломачка тенденција	-
C_M	измерена концентрација	$\mu\text{g}/\text{m}^3$
C_G	концентрација израчуната према одговарајућем моделу	$\mu\text{g}/\text{m}^3$
ρ	густина флуида	kg/m ³
v_i	брзина флуида у правцу x_i	m/s
h	висина атмосферског инверзног слоја	m
H_S	висина извора загађења	m
μ_T	турбулентна динамичка вискозност	kg/ms
P_k	продукција кинетичке енергије турбуленције	J/(m ³ s)
k	кинетичка енергија турбуленције	J/kg
ω	специфична дисипација кинетичке енергије турбуленције	1/s

1. УВОД

Проблем загађења ваздуха није настао као последица индустријске револуције, иако је овај значајан период наше историје у великој мери утицао на повећање количине загађења ваздуха. Загађење ваздуха је било присутно кроз целу историју човечанства. Први узрок загађења ваздуха била је ватра коју је човек успео да преузме из природе и прилагоди својим потребама током старијег каменог доба. Са променом начина живота, променили су се и извори загађења ваздуха, па су током млађег каменог доба, главни узроци загађења били пољопривреда и сточарство. Такође, промена загађења се може пратити и кроз развој горива и технологија које га користе. Записи о респираторним смртним случајевима указују на штетан утицај дима запаљеног дрвета као и на ране индустријске активности. Прелазак са коришћења дрва на коришћење угља, као извора енергије, је такође знатно утицао на загађење ваздуха. Последица употребе угља је појава производа сагоревања, чији је негативни утицај делимично решен употребом димњака, током XVI века (Phalen, 2002).

До, и од почетка, 20. века постојале су две главне категорије извора загађења ваздуха (Foster & Costa, 2005):

- сагоревање биомасе и / или угља и
- индустријске емисије из релативно ограниченог броја рударских, рафинеријских и производних погона.

Производи сагоревања угља су у почетку 20-ог века препознати као канцерогени. Угаљ се користи за грејање станова као и за различите индустријске процесе, што доводи до повећане концентрације органских загађивача у ваздуху, као што су полициклични ароматични угљоводоници. Деведесетих година прошлог века, у граду Теплице у Чешкој, су спроведене анализе о утицају сагоревања угља на загађење ваздуха и здравље људи. Резултати су указали на широк спектар здравствених ефеката као што су респираторни ефекти код деце (Binkova, Lewtas, Mišková, Leníček, & Šrám, 1995) и генетска оштећења (Dejmek, Selevan, Benes, Solanský, & Srám, 1999). Негативни ефекти сагоревања угља, као извора загађења, су се често игнорисали, јер је добијена топлота била неопходна за живот. Са друге стране, на индустријске димњаке се гледало као на

позитивну ствар, јер су означавали прилику за боље плаћене и сигурније послове. Докази о утицају штетних честица на здравље људи, пре свега у градском ваздуху, потичу из епидемиолошких студија које су рађене током и након историјски значајних загађења ваздуха, као што је загађење ваздуха у Лондону 1952. године.

Критеријуми загађења ваздуха и границе излагања загађењу се могу одредити на следеће начине (Foster & Costa, 2005):

- епидемиолошким студијама популација, изложених загађивачима ваздуха, које могу пружити статистички значајне везе између загађивача и пријављених ефеката.
- токсиколошким студијама, над групом животиња изложених загађивачима ваздуха у контролисаним лабораторијским експериментима. Ове студије могу пружити информације о биолошкој штети услед излагања одређеним загађивачима и
- екстраполацијом доступних епидемиолошких и токсиколошких података о сродним загађивачима.

Циљеви епидемиолошких студија су (Samet & Jaakkola, 1999):

- да утврде да ли одређени загађивачи ваздуха представљају опасност по јавно здравље;
- да испитају који део популације је потенцијално осетљив на одређење загађиваче ваздуха;
- да квантификују функцију која описује везу између излагања загађивачима и одређеног здравственог исхода. Током протеклих деценија, бројне епидемиолошке студије показале су повезаност између повећања нивоа загађујућих честица (PM – *енгл. particulate matter*) и повећања људског морбидитета и морталитета. Такође, студије су показале да људи са хроничним опструктивним плућним болестима, астмом, алергијским болестима дисајних путева и упалом плућа имају горе нежељене ефекте, након излагања честицама,

у односу на здраве особе (Ibald-Mulli, Wichmann, Kreyling, & Peters, 2002; Bell, Samet, & Dominici, 2004).

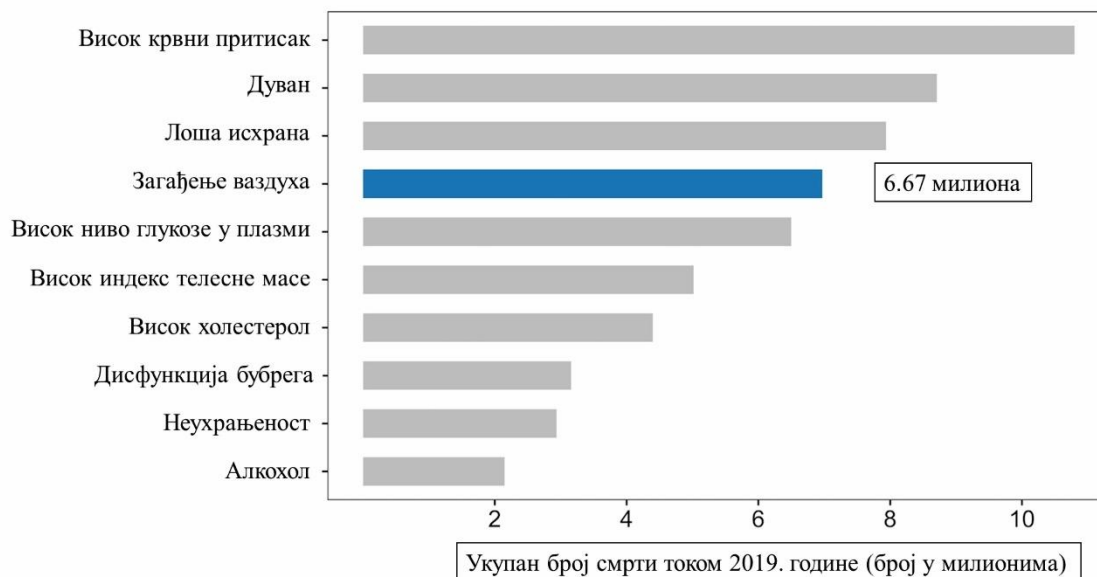
Последица значајних догађаја, који су довели до загађења ваздуха, као и спроведених епидемиолошких студија је дефинисање регулатива у циљу побољшања квалитета ваздуха. Прве значајне студије, које су имале за циљ анализу дугорочних ефекта загађења ваздуха на смртност у урбаним срединама, спроведене су током 70-их година прошлог века (Lave & Seskin, 1970). Аутори су дошли до закључка да би било могуће смањити морталитет услед бронхитиса за 25% до 50%, уколико би се загађење ваздуха смањило за 50%. Такође, аутори су израчунали да би смањење загађења, а самим тим и морталитета, имало значајну уштеду за здравствени систем, између 250 и 500 милиона долара, на годишњем нивоу. Захваљујући студијама, које су спроведене претходних година и деценија, са сигурношћу можемо тврдити да изложеност загађивачима ваздуха има штетни утицај на наше здравље, иако и даље постоје одређене несигурности око биолошких механизма, који објашњавају последице штетног излагања загађивачима ваздуха.

Знатно чешће су рађене анализе краткорочних ефеката загађења. Резултати тих анализа су веза између краткорочних промена, услед честичног загађења ваздуха и морталитета и морбидитета (приједи у болнице, посете хитним службама, погоршање астме, респираторни симптоми, ограничени дани активности код радника, и изостајања из школе). Ове студије су у великој мери повезале штетне ефекте са повећањем концентрације честица пречника 10 μm (PM₁₀). Резултати студија су указали на то, да повећано загађење ваздуха утиче на морталитет, тако што се стопа морталитета увећава за 3% за сваких 10 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ масе честица у ваздуху (Phalen, 2002).

Област еколошке форензике се бави анализом загађења у циљу утврђивања извора загађења и његовог ефекта на животну средину и здравље људи. Поред локација инцидента, истраживања у овој области пружају информацију о времену дешавања инцидента као и о начину ширења контаминација, а све са циљем да се идентификује одговорна страна (Spikmans, 2019). Истраживања у области еколошке форензике су првенствено засноване на теренским и лабораторијским истраживањима. Један од начина унапређења истраживања у овој области је применом нумеричких симулација,

што ће бити приказано у овој тези. Нумеричке симулације су, поред еколошке форензике (Yassin, Al-Harbi, & Kassem, 2014), пронашле примену и у области форензике (Delémont & Martin, 2007; Jahn, Gonzalez, de Dios Rivera, & Torero, 2015), где су анализирале Навије-Стоксове једначине, у циљу форензичке анализе пожара. Показано је да нумеричка анализа пожара може пружити значајне информације, као што је дистрибуција дима у просторијама, што је било од великог значаја приликом анализе пожара у затвору у Чилеу, током којег је преко 80 затвореника изгубило живот. Како пожари представљају један од извора загађења ваздуха, ово показује да нумеричке анализе проблема загађења ваздуха могу пружити значајне информације о утицају загађења на здравље, али и приликом анализе смртних исхода, што представља један део форензичких истраживања.

Последњих година смо сведоци све већег загађења ваздуха у нашем окружењу, које постаје једно од највећих проблема данашњице. Загађење ваздуха се налази на четвртом месту фактора ризика, према укупном броју смрти у 2019. години (слика 1).



Слика 1. Рангирање фактора ризика према укупном броју умрлих у 2019. години¹

¹ https://www.stateofglobalair.org/sites/default/files/images/2020-10/figure_n-global-ranking-risk-factors.png, приступ 17.11.2021.

Упоредо са расејањем гасних аеросолних примеса у атмосфери из димњака фабричких постројења и енергетских објеката, велики интерес представља изучавање расејања отровних гасова из ниских и приземних извора, у различитим метеоролошким условима, који настају или при хаваријама цевовода или код вештачки контролисаних извора отровних супстанци, који се примењују нпр. за време ратних дејстава или при коришћењу хемијски отровних супстанци.

У складу са претходно описаним, дефинисани су предмет и циљ ове дисертације. Предмет истраживања ове дисертације је анализа утицаја загађења ваздуха на здравље људи, применом аналитичких и нумеричких метода. Проблематика која се анализира је веома комплексна, и захтева мултидисциплинарни приступ и примену знања из еколошког инжењеринга, физике, хемије и медицине. Циљ ове дисертације је да унапреди тренутно знање о утицају загађења ваздуха на здравље људи, применом иновативног приступа анализе поменутог проблема.

У циљу анализе утицаја аерополутаната на здравље људи, са аспекта еколошке форензике, а на основу претходно описаног проблема, предмета и циља дисертације, уведене су следеће претпоставке:

- Хипотеза 1** Познавање начина транспорта честичног загађења ваздуха је неопходно за контролу и заштиту животне средине и здравља људи.
- Хипотеза 2** Аналитичке и нумеричке методе могу значајно унапредити знања о транспорту аерополутаната.
- Хипотеза 3** Аналитичко и нумеричко решавање адвективно дифузне једначине нам пружа информацију о квалитету ваздуха на различитим удаљеностима од извора загађења.
- Хипотеза 4** Добијена решења адвективно дифузне једначине се могу користити као улазне величине за нумеричке симулације респираторног тракта човека.
- Хипотеза 5** Нумеричке симулације омогућавају бржу процену здравственог ризика, због могућности коришћења једног модела за велики број симулација, што указује на значај примене у истраживањима у области еколошке форензике.

Дисертација је подељена у две целине. Прва целина се односи на примену аналитичких метода, док је друга целина повезана са применом нумеричких метода за анализу проблема загађења ваздуха. Дисертација се састоји из 10 поглавља:

- Поглавље 1 – приказан је значај анализе проблема загађења ваздуха и дефинисани су предмет и циљ дисертације.
- Поглавље 2 – у оквиру овог поглавља дефинисани су: састав, структура и особине атмосфере, као и врсте и особине загађивача. Такође, дефинисани су начини за мониторинг ваздуха.
- Поглавље 3 – у овом поглављу приказане су основе моделовања аерозагађења, као што су основни појмови и модели који се користе. Такође, дат је преглед литературе за различите моделе адвективно дифузне једначине.
- Поглавље 4 – у оквиру овог поглавља приказан је начин нумеричког решавања адвективно дифузне једначине као и поређење нумеричких резултата са експериментима.
- Поглавље 5 – описан је људски респираторни систем, као и начини депозиције честица у њему.
- Поглавље 6 – у овом поглављу је описано генерисање тродимензионалних модела горњег и доњег респираторног тракта на основу СТ снимака.
- Поглавље 7 – приказани су резултати нумеричких симулација горњег и доњег респираторног тракта.
- Поглавље 8 – у оквиру овог поглавља дата су закључна разматрања. Такође, описани су и будући правци истраживања.
- Поглавље 9 – приказани су прилози који се односе на решење једначине молекуларне дифузије операторским методом и решење адвективно дифузне једначине за различите граничне услове, профиле ветра и класе стабилности атмосфере.
- Поглавље 10 – у овом поглављу биће приказана литература која је коришћена за израду дисертације.

2. АТМОСФЕРА И ЗАГАЂИВАЧИ ВАЗДУХА

2.1. Састав, структура и слојеви атмосфере

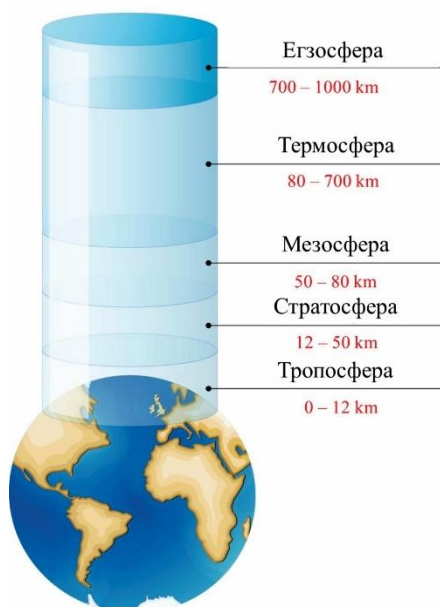
Земљина атмосфера или атмосфера представља ваздушни омотач Земље, који штити сав живот на Земљи апсорпцијом ултраљубичастог зрачења. Са удаљењем од површине тла атмосфера постаје ређа, све док не нестане у свемиру. У атмосферском ваздуху се непрекидно реализују топлотни, хидродинамички, хемијски, фотохемијски, електромагнетни и други процеси. Они одређују температуру, притисак, брзину кретања и хемијски састав ваздушних маса. Да би се одредио ниво загађења, тј. квалитет ваздуха, неопходно је утврдити присуство примеса, у односу на природан хемијски састав атмосферског ваздуха (табела 1).

Табела 1. Хемијски састав ваздуха (Ткемаладзе & Махашвили, 2016)

Гас	Хемијски симбол	Процент
Азот	N ₂	78.09%
Кисеоник	O ₂	20.95
Аргон	Ar	0.93
Угљен диоксид	CO ₂	0.0355
Неон	Ne	0.0018
Метан	CH ₄	0.0002
Хелијум	He	0.000524
Криптон	Kr	0.000114
Хидроген	H ₂	0.00005
Азот-субоксид	N ₂ O	0.00005
Ксенон	Xe	0.0000086
Озон	O ₃	0.000002

Атмосферу можемо поделити на 5 слојева: тропосфера, стратосфера, мезосфера, термосфера и егзосфера (слика 2). Највећи значај за атмосферску дифузију примеса има најнижи слој атмосфере који се назива тропосфера (0 – 12 km). У овом слоју, са удаљавањем од површине, температура опада за 0,65 °C на сваких 100 m. Ако се узме да је на морској површини температура око 15 °C (288 °K), онда је на горњој граници

стратосфере око -56°C (217°K). Изнад тропосфере, до висине од око 50 km, шири се стратосфера, која је од тропосфере одвојена границом, која се назива тропопауза. У стратосфери се налази око 75% укупне запремине атмосфере, као и озонски омотач, који има веома велики значај за живот на Земљи. Ипак, основна и највећа количина ваздуха налази се у слојевима до земљине површине. Мезосфера, трећи слој атмосфере, почиње на висини од 50 km и представља слој у коме долази до сагоревања већине метеора који уђу у Земљину атмосферу. Четврти слој атмосфере, термосфера (80 – 700 km), апсорбује зрачење Сунца, захваљујући молекулима кисеоника у овом слоју. Такође, у овом слоју се налази и јоносфера, која садржи електрично наелектрисане честице гаса, што помаже преносу радио сигнала. Последњи слој атмосфере, који се назива егзосфера, почиње на висини од око 700 km и састоји се од водоника и хелијума.



Слика 2. Слојеви атмосфере²

Процена је да око 70% сунчеве радијације стигне до површине земље, при чему се активна радијација атмосфере уочава у најнижим слојевима 15+5 km, а апсорпција сунчевог зрачења се врши у површинском слоју земље или воде дебљине око 1 mm. Последица овога је да се горњи слојеви атмосфере скоро не загревају, а за то време температура површине Земље или воде се налази у великим распонима, захваљујући

² <https://sciencestruck.com/atmosphere-layers-in-order>, приступљено 17.11.2021. године

осцилацијама флукса сунчевог зрачења, у зависности од облачности, географске ширине, годишњег доба или доба дана и ноћи. Промена температуре радног слоја земљине површине или воде, захваљујући топлотној проводности, доводи до формирања топлотних пограничних слојева у ваздуху, води и земљиној површини. Дебљина тих слојева зависи од топлотне проводности средине, карактера промена флукса сунчевог зрачења и низа других фактора. Осим топлотног утицаја, сунчево зрачење непрекидно утиче на динамику ваздушних струјања. Карактер промена ваздушних струјања и температурне стратификације утичу на турбулентне карактеристике струјања, а тиме и на процес турбулентног преноса примеса у ваздуху.

2.2. Метеоролошки параметри за мониторинг ваздуха

У циљу смањења загађења ваздуха користи се мониторинг квалитета ваздуха, који има за циљ праћење промене параметара, у циљу уочавања могућих проблема и одређивања локација на којима треба поставити станице за праћење загађења ваздуха. Мониторинг квалитета ваздуха у контролним тачкама заснива се на два приступа:

- узимање узорка ваздуха и накнадно објављивање резултата, након анализа у лабораторији и
- примена аутоматских система и добијање резултата у реалном времену.

Најважнији метеоролошки параметри, о којима се мора водити рачуна, су смер ветра, брзина ветра и атмосферска стабилност.

Мана овог приступа је што захтева значајна финансијска средства, како би се узимали узорци ваздуха, у довољном броју контролних тачака, а затим вршила и њихова анализа. Други недостатак је чињеница да су добијени резултати репрезентативни само за контролну тачку, где је узет узорак ваздуха и не одговарају квалитету ваздуха у тачки, која се налази на растојању од неколико десетина метара од контролне тачке.

Смер ветра

Смер транспорта загађивача пре свега зависи од смера ветра на извору. Смер ветра се мења са висином и ово је посебно битно близу тла, пошто директно утиче на ваздух који човек удише. Површинско трење утиче на промену смера ветра, у смеру казаљке на сату, на малим висинама (близу тла). На већим висинама хоризонтална термичка структура може утицати на промену смера ветра, у смеру супротном од казаљке на сату. Хоризонтално кретање хладног ваздуха узрокује промену правца с висином (Lazarević, 2012)

Смер струјања ваздуха се мери ветрометром, који је постављен на анемометар и бележи се на ружи ветрова. Ружа ветрова је дијаграм, који приказује релативну фреквенцију којом ветар дува из различитих праваца. Ови дијаграми се могу користити за праћење или предвиђање дисперзије загађивача из тачака или подручја извора. Ружа загађења се, такође, може конструисати да укаже на учесталост измерених или предвиђених нивоа загађивача, у функцији правца ветра.

Брзина ветра

Брзина ветра се мери у m/s и на различите начине утиче на дисперзију полутаната у атмосфери. Што је већа брзина ветра, то ће концентрација загађивача бити нижа. Брзина ветра се повећава са висином и зависност се може написати на следећи начин:

$$u(z) = u_0(z/z_0)^p \quad (2.2.1)$$

где су:

- $u(z)$ - брзина ваздуха на висини z ,
- u_0 - брзина ветра измерена на висини z_0
- p – експонент који зависи од стабилности атмосфере и карактера рељефа.

У табели 2 су дате вредности експонента p у зависности од стабилности атмосфере (Паскалове класе стабилности) (Lazarević, 2012).

Табела 2. Промена вредности експонента у зависности од стабилности атмосфере

Паскалове класе стабилности	Вредност експонента за груби терен	Вредност експонента за глатки терен
A (најнестабилнија)	0,15	0,07
B	0,15	0,07
C	0,20	0,10
D	0,25	0,15
E	0,40	0,35
F (најстабилнија)	0,60	0,55

За мерење брзине ветра најчешће се користе анемометри са ротирајућим чашама (слика 3) или пропелерима.



Слика 3. Анемометри са ротирајућим чашама³

Анемометар са ротирајућим чашама је прецизнији у односу на анемометар са пропелерима и обично се састоји од три чаше у облику конуса, које се постављене симетрично на вертикалној оси. Анемометар са пропелерима се састоји од две, три или четири лопатице, причвршћен за ветроказ и монтиран на вертикалну осовину (Wendell, 1976).

³ <https://www.logicenergy.com/post/history-of-the-anemometer>, приступљено 20.11.2021. године

Атмосферска стабилност

Под атмосферском стабилношћу подразумевамо способност дела ваздуха да се супротстави вертикалном кретању. За бочно ширење полутаната одговорна је турбуленција ваздуха. Турбулентно кретање ваздуха је неправилно кретање. Вртложење, које је резултат кретања ваздуха поред објеката, настаје услед механичке турбуленције. Молекули врућег ваздуха, који се уздижу са Земљине површине и велике количине падајућих, молекула ваздуха, из околне атмосфере, формирају термичку турбуленцију. Механичке турбуленције су прилично правилне у односу на термичке турбуленције. Загађење ваздуха се разблажује струјањем ваздуха, при чему разликујемо хоризонталну и вертикалну компоненту струјања. Вертикална компонента зависи од температурног градијента, а хоризонтална компонента зависи од брзине и смера ветра, топографије терена...

Утицај зрачења Сунца и брзине ветра на стабилност атмосфере преко Паскалових класа стабилности приказан је у табели 3 (Ludwig & Dabberdt, 1976).

Табела 3. Утицај метеоролошких параметара на класе стабилности

Брзина ветра на површини [m/s]	Дан (густина флуksa [W/m ²])			Ноћ (покривеност облацима у октама)	
	Слабо (< 290)	Умерено (300-590)	Јако (>590)	≤ 3	≥ 4
< 2	B	A-B	A	-	-
2-3	C	B	A-B	F	E
3-5	C	B-C	B	E	D
5-6	D	C-D	C	D	D
> 6	D	D	C	D	D

Током дана, приликом мале брзине ветра и великог зрачења Сунца, долази до загревања терена, повећања температуре у најнижим слојевима ваздуха и стварања нестабилних услова. Смањење зрачења Сунца смањује и нестабилност атмосфере. Током ноћи, терен се хлади и најнижи слојеви ваздуха постају стабилни. Са повећањем облачности или брзине ветра стабилност се смањује.

Осим Паскалових класа за дефинисање стабилности атмосфере, користе се још два параметра. Први параметар је Ричардсонов број, који се израчунава на основу градијента температуре и брзине ветра:

$$Ri = \frac{\frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} \quad (2.2.2)$$

где су:

- T – апсолутна температура,
- g – гравитационо убрзање,
- u – просечна брзина ветра и
- z – висина изнад површине тла.

Овај број је бездимензионалан. Ако се температура повећава нагло са висином, тада овај број тежи да буде велики и позитиван. Ако постоји велики градијент брзине ветра са висином, Ричардсонов број ће имати малу вредност. У табели 4, приказана је веза између Паскалових класа стабилности и Ричардсоновог броја.

Табела 4. Утицај Ричардсоновог броја на стабилност атмосфере

Паскалова класа	Ричардсонов број
A	$R_i < -2,038$
B	$-2,038 \leq R_i < -0,75$
C	$-0,75 \leq R_i < -0,18$
D	$-0,18 \leq R_i < 0,083$
E	$0,083 \leq R_i < 0,16$
F	$0,16 \leq R_i < 0,18$
G	$R_i \geq 0,18$

Други параметар је Монин-Обухова дужина која представља функцију топлоте и импулса флукса:

$$L = -\frac{\rho c_p T u^3}{k g C} \quad (2.2.3)$$

где су:

- T – апсолутна температура,
- C – вертикални топлотни флуks,
- k – Вон-Карманова константа,
- ρ – густина ваздуха,
- c_p – специфична топлота.

За примену Монин-Обухове дужине у најнижим слојевима атмосфере параметри ρ , c_p , T , k и g се сматрају константним, тако да се израз (2.2.3) може написати као:

$$L = const \cdot \frac{u^3}{C} \quad (2.2.4)$$

Вредности константи дате су у табели 5.

Табела 5. Константе за израчунавање Монин-Обухове дужине

Константа	Вредност
ρ [kg/m ³]	1,2
T [°C]	15
k	0,41
g [m/s ²]	9,81
c_p [J/kgK]	1010

Атмосферска стабилност се односи на однос h/L , где h представља дебљину граничног слоја. Овај критеријум стабилности налази примену код дисперзионих модела.

Други начин за праћење квалитета ваздуха су математички модели, који се могу користити за прорачуне концентрације одређених материја и њиховог кретања. Моделовање дисперзије полутаната је веома важан нумерички алат. Користи се за

одређивање везе између великог броја фактора, који утичу на процес дисперзије полутаната (метеорологија, атмосферска концентрација, таложења...). За разлику од мерења ваздуха у контролним тачкама, моделовање дисперзије полутаната даје детаљније информације о квалитету ваздуха, узроцима загађења (извор, метеорологија...), као и евентуалне смернице за смањење загађења. Више информација о моделирању дисперзије биће дато у поглављу 3.

2.3. Загађивачи ваздуха

Ваздух који свакодневно удишемо, поред претходно поменутих елемената, садржи и честице и испарења који настају из природних и антропогених извора. Такође, водене површине су извори загађења ваздуха. Ситне капи воде, које се уздижу над површином мора или океана, брзо испаравају, а соли растворене у води (соли калцијума (Ca), магнезијума (Mg), ...) улазе у атмосферу. У сваком тренутку се у ваздуху може пронаћи стотину до хиљаду различитих загађивача. Атмосферско загађење је глобални проблем, јер примесе, које се налазе у ваздуху, могу прећи велика растојања. Оно што сматрамо чистим ваздухом може садржати десетине хиљада честица по литру (10^{-3} m^3) и за већину људи неће имати никакав негативан здравствени ефекат.

Присуство полутаната у ваздуху се мери концентрацијом, која може бити испод или изнад граничних вредности. На основу тих граничних вредности одређује се квалитет ваздуха. Присуство полутаната у концентрацији, која је изнад граничних вредности, може довести до одређених здравствених тегоба.

Загађивачи ваздуха се могу класификовати на (Phalen, 2002):

- заразна средства
- алергени
- хемијски иританси и
- токсиканти (биолошки и неболошки)

Према начину настанка, могу се класификовати на:

- антропогене (ствара човек),
- природне и
- секундарне (настају као последица хемијских реакција у атмосфери).

Загађивачи ваздуха, природног или антропогеног порекла, су константно присутни у ваздуху. Природни извори честичних материја (PM) укључују прашину, коју стварају ветрови, пожари и вулкани, биљни полен, биљке, гљивице... Битно је нагласити да не можемо имати утицај на честице и испарења из природних извора. Секундарне честичне материје настају као последица реакција у ваздуху, као што су трансформација гасова или паре у течности или чврсте материје. Антропогени извори PM обично се класификују као :

- покретни (аутомобили, камиони, авиони, бродови, возови, грађевинска и пољопривредна опрема)
- стационарни (електране, фабрике, рудници, фарме, млекаре и одлагалишта отпада).

Утицај антропогеног фактора на појаву примеса у атмосфери је одлучујући за све компоненте и има тенденцију пораста. Један од основних извора радиоактивних честица су нуклеарне електране. Највећу опасност представљају ^{90}Sr и ^{137}Cs . Захваљујући хемијској сличности са калцијумом ^{90}Sr лако продире у кости озрачених, а ^{137}Cs се скупља у ткивима мишића, замењујући калијум. У току рада постројења, при сагоревању горива, образује се водена пара и угљен диоксид. Они и иначе постоје у атмосфери у природним условима и до одређене концентрације нису штетни за човека. Од физичко-хемијских примеса посебну улогу играју оксиди сумпора и азота, јер њихово постојање је узрок стварања тзв. киселих киша. Процеси, захваљујући којима ови оксиди излазе у атмосферу, су врло сложени и зависе од много фактора, укључујући метеоролошке услове, рељефност површине, седиментацију итд. Средње време живота у атмосфери,

нпр SO_2 , NO_x и важних продуката њихових реакција (SO_4 , NO_3 и других) је од неколико часова до неколико дана и недеља. За то време они могу да се удаље од извора, до тренутка када падају на земљину површину, од десетак метара до стотине километара.

Примесе, које потичу од различитих извора, обично се класификују у зависности од:

- просторне конфигурације
- дужине трајања емитовања

Када је у питању просторна конфигурација, разликују се следећи извори:

- тачкасти,
- линеарни,
- површински.

Снага тачкастог извора обележава се са Q и има димензије g/s . Линеарни извор се састоји из низа тачкастих извора распоређених по линији, нормално на правац ветра. Његова снага се обележава са \bar{Q} и представља количину супстанце која доспева у атмосферу $g/s \cdot m$. Снага површинског извора се обележава са $\bar{\bar{Q}}$ и карактеристична је за испарења са површине водених токова и има димензије g/sm^2 .

У зависности од времена трајања емитовања примеса, разликујемо следеће изворе:

- тренутни – време избацивања (емитовања) примеса знатно је мање од времена дифузије. Обично се јављају код експлозија или хаварија, када се остварује ударно (импулсно) емитовање.
- краткотрајни – непрекидно емитовање примеса, чија је дужина трајања упоредива или нешто већа од времена потребног да примеса стигне од извора до рецептора, за константне (стабилне) метеоролошке услове.
- дуготрајни – континуирано емитовање, у току кога се правац и смер ветра, као и његова брзина, значајно мењају, при чему прорачуни расејања примеса морају да

узму у обзир ружу ветрова, градацију брзине ветра и стање стабилности атмосфере која је повезана са вертикалним градијентом $\partial T/\partial z$ температуре ваздуха.

Код непрекидног емитовања примеса у атмосферу формира се струја емитованих примеса, која под утицајем силе потиска формира димну перјаницу. Када су услови стабилни или при слабом ветру променљивог правца, перјаница се диже вертикално увис, постепено се заустављајући. При неутралној стратификацији атмосфере, то подизање се теоретски може продужити бесконачно далеко. Ипак, ако је атмосфера стратификована, што је најчешћи случај, онда се подизање струје примеса ограничава висином, на којој постоји инверзија или постоји скок температуре у њеном вертикалном правцу.

Примесе које се емитују по својој структури могу бити:

- гасовите - гасовите супстанце чине 90% примеса (СО, СО₂, сумпорна једињења, азотни оксиди, органска једињења).
- чврсте - маса чврстих супстанци у примесама је 10% (прашина, тешки метали, радиоактивне супстанце, минерали и органска једињења).
- течне - течне супстанце су мало заступљене у поређењу са гасним и чврстим примесама (сумпорна киселина).

Од токсичних примеса у атмосфери треба издвојити следеће:

- Угљен моноксид (СО) – најраспрострањенија и према маси најзаступљенија примеса у атмосфери. У природним условима је веома слабо заступљен. Основни удео СО настаје при сагоревању фосилних горива, дрвећа, сагоревању горива мотора са унутрашњим сагоревањем. Утицај СО на организам зависи од концентрације и од временаведеног у загађеном ваздуху.

- Сумпор диоксид (SO₂) – други по распрострањености гас. Највише настаје сагоревањем угља у топланама и домаћинствима. Сумпор диоксид у комбинацији са чврстим честицама и влагом изазива обољење плућа.
- Једињења азота (NO и NO₂) - настају у процесима сагоревања на високој температури. Велики део доспева у атмосферу из мотора (бензинских и дизел). Они формирају фотохемијска оксидациона средства, која јако наздражују и изазивају упалу очију.
- Угљоводоници - доспевају у атмосферу из природних извора (биљке) и антропогених извора.
- Аеросоли (тврде примесе) - доспевају у атмосферу из природних извора (биљке) и антропогених извора. Димензије (радијус) чврстих честица, који се налазе у атмосфери, крећу се у широком распону: од хиљадитих и стотих делова до неколико десетина микрометара.

Честични загађивачи ваздуха могу садржати чврсте честице или кондензоване гасовите супстанце. Честице које се налазе у аеросолима имају дефинисану доњу (0,001 μ m) и горњу границу (100 μ m) величине честице. Честице мање од 0,001 μ m садрже само неколико атома и веома брзо се везују за друге честице, па прелазе у већу категорију, док честице, чији је аеродинамички пречник већи од 100 μ m, не остају дуго у ваздуху (Phalen, 2002). Променом услова околине, као и старењем, долази до мењања карактеристика аеросола, као што су промене у саставу, испаравање или спајање сударених честица.

Честични загађивачи (PM) градског ваздуха груписани су у три групе:

- ултрафине честице (пречник <0,1 μ m),
- fine честице (пречник у распону од 0,1 μ m до 2,5 μ m) и
- грубе честице (пречник > 2,5 μ m).

Осим по димензијама, честице се разликују и по облику, порозности и саставу, што утиче на ниво и опсег таложења честица у плућима, као и на растварање састојака у дисајним путевима и биолошко деловање на плућно или удаљена ткива (Foster W. M., 1999). Са становишта урбаних РМ, код честица аеродинамичког пречника од 2,5 μm (РМ_{2.5}) до 10 μm (РМ₁₀) обично доминирају честице тла, исушени ћелијски остаци, споре и полен, док код честица аеродинамичког пречника <2,5 μm обично доминирају производи сагоревања. У ваздуху се налазе и ултрафине честице, које углавном настају као последица сагоревања, али оне имају занемарљиву масу у односу на мање бројне честице већег пречника (Hughes, Cass, Gone, Ames, & Olmez, 1998). За РМ₁₀ честице, инхалабилност је око 77%, док је за РМ_{2.5} инхалабилност већа од 90% (Phalen, 2002). РМ₁₀ и РМ_{2.5} представљају масене уделе који се састоје од честица испод 10 μm и 2,5 μm аеродинамичког пречника.

Студија морталитета и морбидитета, услед загађења ваздуха, у 29 европских градова показала је да повећање од 10 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ РМ₁₀ доводи до увећања дневног морталитета за 0,6% (Katsouyanni, et al., 2001). Студије, које су анализирале пријем у болнице, показале су да су приједи због хроничне опструктивне болести плућа, астме и упале плућа били чешћи у данима са високим концентрацијама загађења ваздуха (Norris, et al., 1999). Такође, показано је и да је смртност, услед загађења ваздуха, повећана код пацијената са постојећим респираторним и кардиоваскуларним болестима (Sunyer, et al., 2000; Goldberg, et al., 2001). Епидемиолошке студије су указале на утицај повишеног нивоа честичног загађења градског ваздуха на здравље људи, што је посебно уочљиво код особа са већ постојећим респираторним и кардиоваскуларним болестима (Oberdörster, 2000; Donaldson, et al., 2002). Такође, ове студије су сугерисале да ултрафине и fine честице имају веће штетне ефекте на здравље људи, у односу на грубе честице.

Стопа стварања загађивача, у некој области, зависиће од броја и емисионе снаге извора, влажности, температуре и кретања ваздуха. Услови попут загушења саобраћаја, тешких индустријских процеса, екстремних температура, јаког сунца и пожара могу у великој мери повећати стопу стварања загађивача у ваздуху. Стопе расипања загађивача смањују се стагнацијом ваздуха, стварањем магле и малим температурним инверзијама. Ветар који дува у близини великих извора загађења, као што су високо индустријализовани и густо насељени региони, утиче на концентрацију честица које загађују ваздух, на

растојању до неколико стотина километара од извора загађења. Фине честице, нарочито оне, чији је пречник мањи од 1 μm , чешће прелазе веће растојање од извора загађења, док честице, чији је аеродинамични пречник већи од око 5 μm , прелазе краћа растојања (неколико километара од извора загађења). Студије спроведене у аеро-тунелима показале су зависност удисања честица од неколико фактора, као што су величина честица, брзина ветра и оријентација лица субјекта према правцу ветра. Ове студије су показале да је брзина ветра главни фактор који утиче на удисање (Phalen, 2002).

Сваки удисај садржи и око милион ситних чврстих и течних честица, од којих многе могу хемијски да оштете респираторни систем. У нашим плућима се налази специјализована ћелијска популација, која уклања и уништава већину штетних честица. Уколико је количина штетних честица већа него количина од које наша плућа могу да се одбране, долази до развитка болести.

Негативни ефекти супстанци које удишемо могу бити присутни на било ком органу или ткиву у телу, али најчешће доводе до проблема респираторног система. Физичко-хемијска својства удахнутих супстанци утицаће на локацију и ефикасност њиховог таложења у респираторном систему. У табели 6 дат је приказ својстава честица и гасова који утичу на њихово таложење.

Табела 6. *Својства честица и гасова који утичу на њихово таложење*

Честице	Гасови
аеродинамичка величина	молекуларна тежина
густина и облик	реактивност
електрични набој	растворљивост у воденом медијуму

Честице које су присутне у ваздуху имају различите облике и густине, па је за потребе моделовања кретања и таложења честица усвојено правило, по коме се користи еквивалентан аеродинамички пречник, за сваку врсту честица. Еквивалент аеродинамичког пречника једнак је геометријском пречнику глатке сферне честице густине 1 g/cm^3 која има исту брзину таложења у мирном ваздуху, под стандардним условима, као и честица о којој је реч. Уколико је честица сферна, аеродинамички пречник (D_{ae}) се може израчунати на следећи начин:

$$D_{ae} = D\rho_p^{1/2} \quad (2.3.1)$$

где су:

- D – геометријски пречник
- ρ_p – густина честице

За одређивање аеродинамичког пречника код несферичних честица, најчешће се користе експериментални поступци. Још један битан параметар је средњи аеродинамички пречник масе (MMAD), који у укупној расподели аеросола масу дели на пола. Честице које се налазе у атмосфери могу имати различите величине, облике, густину и састав. Да би се описали аеросоли, користе се расподеле величине, које описују вероватноћу налажења честице у зависности од његог пречника. Аеросоли ретко имају симетричну расподелу величине, па је за њихов опис најбоље користити низ расподела честица, распоређених према већим величинама. Најчешћа математичка функција, која се користи за расподелу, је логнормална расподела, док се за опис дисперзије користи геометријска стандардна девијација. Аеросоли имају много извора, па ће логнормална расподела бити присутна за сваки одвојени механизам генерисања, који производи честице.

Све примесе у атмосфери, у већем или мањем степену, негативно утичу на здравље човека. Те примесе се уносе у организам највише преко система за дисање или преко уноса хране. Органи за дисање страдају непосредно, јер око 50% честица са полупречником 0,01 – 0,1 μm продире у плућа и тамо се таложи.

Да би се утврдио степен ризика од загађивача ваздуха, потребно је знати (Foster & Costa, 2005):

- концентрације загађивача у ваздуху,
- величину честица, уколико се анализира РМ,
- јединични фактор ризика - број случајева и / или обим нежељених ефеката, повезаних са јединицом изложености.

Поред ових информација, пожељно је знати и следеће:

- расподела старости популације, чији се степен ризика одређује,
- постојеће болести,
- предиспозиције за болести (пушење цигарета, прекомерна исхрана итд.).

3. МОДЕЛОВАЊЕ АЕРОЗАГАЂЕЊА

3.1. Основни појмови

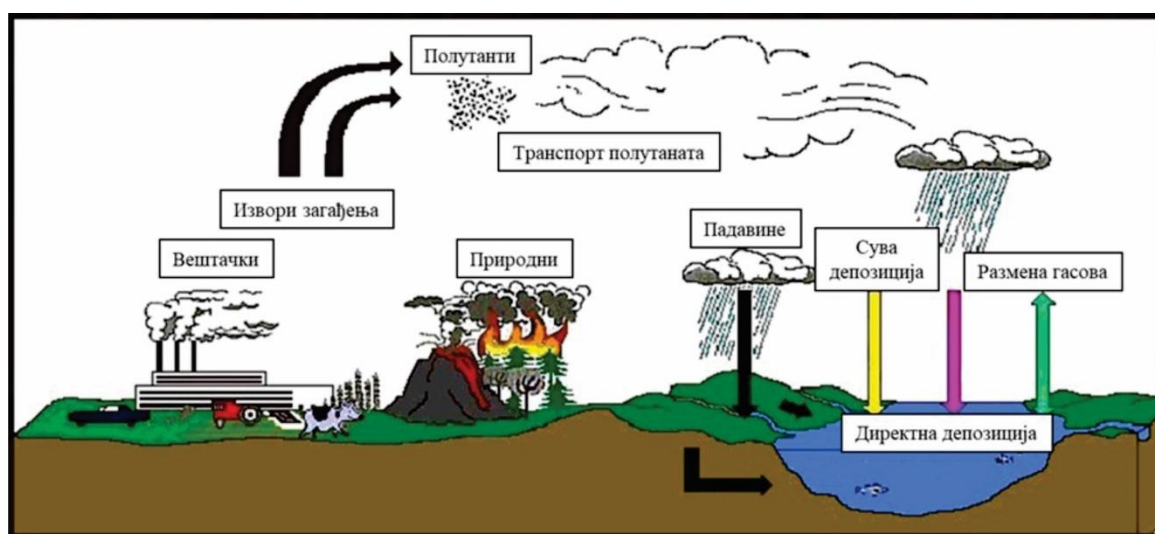
Под дисперзијом подразумевамо транспорт полутаната у атмосфери, који настаје услед природних процеса, као што су хемијске реакције, ресуспензија (подизање тла након таложења), таложење (суво и влажно), адвекција и дифузија. Транспорт аерополутаната заједно са средњим запреминским протоком ваздуха се назива адвекција. Осим претходно поменутих процеса, на дисперзију аерополутаната утичу степен стабилности атмосфере (поглавље 2.2) као и њена турбулентна структура.

Транспорт полутаната у ваздуху последица је дејства ветра. Дисперзија полутаната се обавља у нижим слојевима атмосфере, од површине тла до висине веће од три хиљаде метара. Део атмосфере у коме долази до мешања ваздуха и полутаната назива се атмосферски гранични слој. Концентрација полутаната у ваздуху се може смањити падавинама, које смањују концентрацију у ваздуху, али повећавају концентрацију полутаната на тлу. Суво таложење услед гравитације, као и интеракција између полутаната и тла, доводи до повећања присуства полутаната на тлу и смањења присуства у ваздуху. Подизање полутаната са тла доводи до повећања присуства загађујуће материје у ваздуху (слика 4).

Разликујемо два типа таложења – суво и влажно таложење. Таложења зависе од брзине ветра као и храпавости површине, на коју се таложе аерополутанти. Сувим таложењем се депонују аерополутанти из ваздуха, који се налазе близу тла. Да би дошло до сувог таложења полутаната, неопходно је да се гас транспортује до површинског слоја турбуленцијом. Код сувог таложења, уклањање честица из атмосфере, може трајати 7-10 дана, за разлику од влажног таложења које траје знатно краће.

Влажно таложење је веома важан начин депозиције честица аеросола. До влажног таложења унутар или изван облака може доћи на један од три начина:

- растварањем гасова у капљицама облака или магле,
- понашањем честица аерополутаната као језгра за кондензацију облака и
- сударом честица аерополутаната или гаса са капљицама кише.



Слика 4. Транспорт полутаната⁴

У теорији атмосферске дифузије (турбулентна и конвективна) основни проблем је у налажењу законитости расејања примеса у околну средину и налажењу локалне концентрације полутаната, у зависности од растојања од извора емитовања, под утицајем ветра, неконзервативности примеса, гравитационог таложења итд.

Извор настанка турбуленције у атмосфери јесте интеракција ветра са површином земље и постојање вертикалних струјања ваздуха, условљених разликом температура ваздуха и температуре загрејане површине земље или мора. Обично у атмосфери постоје турбуленције (вртлози) различитих облика и димензија, који се крећу хаотично интерагујући међу собом и са неправилностима земљине површине, при чему се распадају на мање или образују крупније турбулентне структуре. Хоризонталне димензије атмосферских турбуленција могу бити веома велике и могу да достигну десетак па и стотину километара (циклони). У вертикалном правцу су много мањи и крећу се до 100 m.

Турбулентна дифузија представља процес расејања примеса у турбулентној средини, под утицајем микродимензионих турбулентних пулсација брзине. Димензије транспорта примеса из извора се деле на 3 групе:

⁴ https://www.meas.ncsu.edu/airquality/pubs/pdfs/Workshop_2008.pdf

- локалне димензије – у областима до 10 km,
- регионалне димензије – од 0 до 100 km,
- глобалне димензије – од 100 – 1000 km.

У складу са тиме и модели атмосферске дифузије се деле на локалне, регионалне и глобалне.

Транспорт супстанце у средини, која је флуидна, је условљен са два механизма:

- Први механизам – примесе суспендоване у ваздушној средини, понесене њоме, крећу се заједно са њом;
- Други механизам – због разлика концентрација у средини настаје молекуларна или турбулентна дифузија.

Скуп ових процеса се назива конвективна дифузија.

У великом броју случаја, посматра се тзв. пасивна примеса (честице које се крећу са брзинама које има флуид у коме се налазе). По правилу, пасивне примесе су течни, чврсти или гасовити додаци у облику микродисперзионих примеса, које се дефинишу концентрацијом. Анализа транспорта примеса у ваздуху почиње анализом понашања флуида, који садржи пасивну примесу неке супстанце. Састав аеросола се карактерише запреминском концентрацијом, коју дефинишемо као број грама или активност супстанце, који се налазе у јединици запремине гасне аеросолне смесе. Концентрацију дефинисану на тај начин, означавамо са C .

У условима равнотеже, у средини у којој су емитоване примесе суспендоване, испуњени су услови термодинамичке равнотеже:

- одсуство макроскопског кретања
- константност температуре T и притиска p
- константност парцијалног (хемијског) потенцијала $\mu = \mu(T, p, C)$

Сматраћемо да је нарушавање равнотеже у средини повезано са променом концентрације од тачке до тачке а да је са тим повезано нарушавање макроскопског (конвективног) кретања. Такође, сматраћемо да је температура смеше константна, а притисак, иако и даље сматрамо да је променљив, има занемарљиво мали градијент (мала промена са растојањем).

Макроскопско кретање смеше одређује се силама, које на њу делују, било да су запреминске, било да су површинске. Ово кретање се дефинише и описује системом једначина хидротермодинамике тј. једначинама континуитета и промене количине кретања:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (3.1.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_k \frac{\partial(\rho \bar{v}_i)}{\partial x_k} \right) = \rho F_i + \frac{\partial p}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(v \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_k} - \overline{v'_i v'_k} \right) \quad (3.1.2)$$

Ако је средина стратификована тј. нехомогена, по температури или густини, као додатак се узима и једначина транспорта топлоте:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + v_k \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_k} = \frac{1}{\rho_0 c_p} \frac{\partial q_{nk}}{\partial x_k} + \frac{E}{\rho_0 c_p} + \frac{Q}{c_p} \quad (3.1.3)$$

$$q_{nk} = a \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_k} - \overline{v'_k \theta'} \quad (3.1.4)$$

Пренос масе микрочестица, која се налазе у изотропном непокретном простору, условљен је премештањем делова средине, у којој се ове честице налазе. То померање (премештање) или дифузија може бити молекуларног (ламинарног) карактера или турбулентног карактера. Ако је посматрана микрочестична примеса неравномерно распоређена у простору, онда се, услед различитих густина у локалним областима, врши транспорт из области веће концентрације у област са мањом концентрацијом. Тај транспорт се описује једначином дифузије.

Анализирајмо изотропни простор у коме се концентрација примеса даје изразом

$$C(x, y, z, t) = f(x, y, z, t) \quad (3.1.5)$$

Замислимо у датом простору површину, у којој је концентрација у тренутку t у свакој тачки константна и једнака C_1 . Такве површине се називају изоплети. Они условно деле запремину средине на 2 дела: део који има концентрацију већу од C_1 и део који има концентрацију мању од C_1 . Теоретски број таквих површина може бити бесконачно велики, у зависности од тога шта узимамо као разлику у концентрацији између суседних изоплета. Те замишљене површине деле простор на танке слојеве и транспорт масе између слојева, условљен дифузијом, одвија се дуж нормале, пошто је транспорт дуж површина физички немогућ.

Дати резон доводи до основне хипотезе у математичкој теорији дифузије, која се састоји у томе да струја материје, кроз произвољну изоповршину изнутра према споља, узета по јединици површине и у јединици времена износи:

$$-D \frac{\partial C}{\partial n} \tag{3.1.6}$$

где су:

- C - ниво концентрације на површини;
- D - коефицијент дифузије;
- $\frac{\partial}{\partial n}$ - означава диференцирање дуж спољне нормале на површину.

Ако у средини или на граници долази до неке трансформације, у којој учествују примесе или ако постоји неки аутономни извор примеса, онда се концентрација може мењати из тачке у току и зависи од времена.

За диференцијалну једначину конвективне дифузије изводи се диференцијална једначина за $C(x, y, z, t)$ у покретној средини. Кретање средине је стационарно ($\frac{\partial C}{\partial t} = 0$) и ламинарно, а сама средина је нестишљива. Промена концентрације у средини доводи до праве дифузије. Ако су градијенти концентрација мали, мали су и градијенти парцијалног потенцијала. За дифузни проток \vec{J}_d (број честица у јединици времена, који прође кроз јединичну површину замишљене равни) може се написати

$$\vec{J}_d = -D\text{grad}C = -D\left(\vec{i}\frac{\partial C}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial C}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial C}{\partial z}\right) \quad (3.1.7)$$

где је D коефицијент молекуларне дифузије, који у општем случају зависи од концентрације C и температуре T .

Знак – потиче од тога што је струја усмерена у смеру смањења концентрације.

Ако се примесе налазе у средини која се креће брзином \vec{v} онда их средина повлачи са собом. Тада осим дифузионог протока \vec{J}_d се узима у обзир и конвективни проток $\vec{J}_k = C\vec{v}$. Укупни проток се састоји од конвективног и дифузионог:

$$\vec{J} = \vec{J}_k + \vec{J}_d = C\vec{v} - D\text{grad}C \quad (3.1.8)$$

Ако средина има неизотермичке услове или на њу делују спољашње силе (нпр. гравитационо поље) онда се у укупној струји јављају допунски чланови, повезани са Архимедовом силом потиска, која неће бити узета у обзир.

Ако се разматра нестационарно кретање при којем је $\partial C/\partial t$ једнако промени броја честица у јединици запремине у 1 секунди, и ако је број честица дат као $N = -\iint_S \vec{J} ds$, тада се промена концентрације током времена може написати на следећи начин:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\text{div}\vec{J} \quad (3.1.9)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}(D\text{grad}C) - \text{div}(C\vec{v}) \quad (3.1.10)$$

Ако се узме да је коефицијент дифузије константан следи:

$$\text{div}(D\text{grad}C) = D\text{divgrad}C = D\Delta C \quad (3.1.11)$$

где је Δ -Лапласијан.

Применом формуле векторске анализе можемо написати:

$$\text{div}(C\vec{v}) = (\vec{v}\cdot\text{grad})C + C\text{div}\vec{v} \quad (3.1.12)$$

Пошто је претпостављено да је средина нестишљива, тада важи да је $\text{div}\vec{v} = 0$ и следи:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad})C = D\Delta C \quad (3.1.13)$$

Ово представља једначина конвективне дифузије у средини која се креће ламинарно.

Ако је концентрација независна од времена онда је $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$ и једначина је знатно поједностављена:

$$(\vec{v} \cdot \text{grad})C = D\Delta C \quad (3.1.14)$$

Друго могуће поједностављење је да је средина непокретна, тј. да је $\vec{v} = 0$:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\Delta C \quad (3.1.15)$$

Ова једначина је идентична једначини за ширење топлоте у непокретној средини.

Понекад се разматра расејање неконзервативних примеса, које се мењају услед хемијских, радиоактивних или других процеса. Тада се једначина конвективне дифузије допуњује чланом, који карактерише настајање или нестајање честица у посматраној средини:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad})C = D\Delta C + S \quad (3.1.16)$$

где је S - снага извора.

Уколико честице настају у средини додаје се знак $+$ испред S , док у супротном, ако изчезавају користимо знак $-$.

Честице аеросола, које настају или изчезавају на граничној површини (најнижи слој ваздуха, у коме се осећа термички и механички утицај подлоге) одређују се граничним условима. Појава извора или понора на граничној површини не утиче непосредно на једначину дифузије, пошто одражава баланс броја честица у запремини посматране средине. Ова чињеница је од значаја када се разматра подизање радиоактивних честица, помоћу ветра, са површине Земље.

3.2. Модели за описивање процеса загађења ваздуха

Мерењима загађења у контролним тачкама одређује се тренутна концентрација полутаната на одређеној локацији. На основу добијених података не можемо закључити какве ће концентрације бити на другим локацијама, или како ће се концентрације полутаната мењати у будућности. Модел дисперзије ваздуха се користе за процену концентрације загађујућих материја, које се емитују низ ветар из различитих извора загађења, као што су индустријски објекти и регионални јавни саобраћај. Ови модели доприносе бољем разумевању понашања полутаната ваздуха и играју важну улогу у индустријским и регулаторним заједницама.

Циљ моделовања дисперзије полутаната је одређивање концентрације материје, која загађује у одређеним тачкама, као и концентрација у димној перјаници. Модели, који описују дисперзију полутаната, се заснивају на познавању хемијских, физичких и динамичких процеса флуида у атмосфери. Предност оваких типова модела је могућност предвиђања концентрације загађујуће материје у било ком тренутку и у било којој тачки, на основу одговарајућих улазних параметара. У принципу, савршен модел омогућава одређивање просторно-временске концентрације загађивача са довољном прецизношћу, како би био добар за практичну примену и тако учинио мерења загађења непотребним.

За успешно спровођење анализе моделовања дисперзије, неопходно је знати податке, који су сврстани у следеће четири главне категорије:

- метеоролошки услови - брзина ветра, смер ветра, класа стабилности, температура и висина мешања.
- параметри емисије - локација извора, висина извора, пречник димњака, излазна брзина гаса, излазна температура гаса и брзина емисије
- надморска висина терена
- параметри зграде - локација, висина и ширина.

Разликујемо следеће групе модела за описивање загађења ваздуха (Lazarević, 2012):

- Модели дисперзије - модели су засновани на детаљном познавању динамике физичких и хемијских процеса флуида у атмосфери. Ови модели омогућавају предвиђање концентрације полутаната на било којем месту, у било које време, уколико су познати емисијски и остали параметри процеса.
- Модели прихватања или рецептор модели – модели засновани на вези између измерених концентрација загађивача рецептора и података емисија које делују на те концентрације.
- Стохастички модели – модели се заснивају на полуемпиријским математичким везама између концентрација полутаната и било којих фактора који утичу њих.
- „Вох“ модели – модели код којих улази и излази дефинишу запремину атмосфере, у којем се израчунава просечна концентрација полутаната унутар те запремине.

Поред претходно наведених, треба поменути и моделе, који су засновани на рачунској динамици флуида. Ови модели су засновани на 3D моделовању и превазилазе ограничења традиционалних модела дисперзије.

Приликом моделовања веома је важно водити рачуна о времену трајања хемијских реакција, као и удаљености до које честице могу бити транспортоване. Веома је важно знати да ли честице имају кратак век трајања (минути или сати) или дужи век трајања (сати, дани). Код честица са кратким веком трајања, њихов домет је кратак, па ће ефекти бити приметни само на локалном нивоу. Код честица са дужим веком трајања домет ће бити већи, па ће се користити другачији модели, у односу на честице са краћим животним веком.

Модели загађења ваздуха могу се категорисати у 3 генеричке класе:

- детерминистички модели - ови модели се у основи баве различитим типовима нумеричких апроксимација (на пример, коначне разлике и коначне технике) у решењу парцијалних једначина, које представљају релевантни физички процес атмосферске дисперзије. За овај процес мора бити доступан инвентар емисија и

морају бити познате друге независне, углавном метеоролошке варијабле. Детерминистички модел је најпогоднији за дугорочне планске одлуке.

- статистички модели – ови модели израчунавају концентрације у амбијенталном ваздуху, користећи емпиријски утврђену статистичку везу између метеоролошких и других параметара с друге стране. О неким конкретним питањима квалитета ваздуха могу се донети само полуквантитативни закључци. Статистички модел је веома користан за краткорочну прогнозу концентрација. Предност оваквих модела је њихов мали рачунски напор, који симулира измерену концентрацију у једној тачки или концентрационом пољу. Такође се могу користити за узимање у обзир позадинске концентрације у детерминистичком моделу.
- физички модели - стварни процес се симулира у мањем обиму у лабораторији, помоћу физичког експеримента, који моделира важне карактеристике оригиналног процеса, који се проучава. У случају сложене ситуације загађења ваздуха, када детаљни детерминистички модели и/или експериментална мерења на терену постану веома скупи, лабораторијска симулација коришћењем умањених модела у аеротунелима или воденим каналима је често најбољи приступ. Најважнија предност физичких модела је у томе што се геометрија модела у размери, као и брзина протока и друге битне варијабле могу лако мењати и контролисати. Генерално, физичко моделовање треба да се користи као истраживачки алат за проучавање специфичних атмосферских процеса. Како се обим атмосферске ситуације прототипа смањује, повећава се тачност симулације физичког модела.

У овој дисертацији ће се у основи анализирати детерминистички модели, у које спадају Лагранжов, Ојлеров и Гаусов модел. Они дају аналитичка решења једначине адвективне дифузије, која представља основну једначину којом се описује транспорт загађујућих материја кроз атмосферу. Уколико се моделује локална дисперзија, користи се Гаусов модел дисперзије. Овај модел се користи за домет од 50 до 100 km. За моделовање регионалне дисперзије користи се Ојлеров или Лагранжов модел (за домет до 1000 km). Ојлеров модел се заснива на идеји фиксне референтне тачке (кроз ову тачку протиче

ваздух), док се Лангранжов модел заснива на референтној тачки, која се креће низ ветар. Гаусова метода је најједноставнија метода код које се посматра тренутно ослобађање полутаната из тачкастог извора.

Мерење тих карактеристика у атмосфери је веома тешко. Ојлерове карактеристике се мере знатно једноставније. Стога у практичном смислу Ојлеров приступ описивања атмосферске дифузије има предност. Анализа проблема атмосферске дифузије примеса Ојлеровим методом доводи до решења једначина турбуленте дифузије, уз коришћење многобројних полуемпиријских метода за добијање затвореног система једначина, који описују транспорт и дифузију примеса у турбулентној средини.

Да би се утврдило да ли ће ваздух у региону бити у складу са стандардом квалитета ваздуха загађујућих материја, у неком будућем периоду, неопходно је бити у стању да се предвиди како ће се концентрација загађујућих материја у региону променити. За предвиђање промена у концентрацији загађујућих материја потребан је модел квалитета ваздуха, односно математички опис атмосферског транспорта, дифузије и хемијских реакција загађујућих материја. Модели квалитета ваздуха, који се понекад називају симулационим моделима квалитета ваздуха, раде на скупу улазних података, који карактеришу емисије, топографију и метеорологију региона и производе излазне податке, који описују квалитет ваздуха у региону. Практични модел се састоји од четири функционална структурна нивоа:

- скуп претпоставки и апроксимација, које стварни физички проблем своде на идеализовани, који задржавају најважније карактеристике стварног проблема;
- основне математичке релације и помоћне услове који описују идеализовани физички систем;
- рачунске шеме се користе за решавање основних једначина; и
- компјутерски програм или код који обавља прорачун.

3.3. Преглед литературе за различите моделе ЈАД

У прошлости су рађена бројна истраживања како би се проучили проблеми загађивача ваздуха у атмосфери фокусирајући се на дисперзију загађивача ваздуха под различитим условима, посебно користећи Гаусов модел перјанице и пуф модел. Средњи ветар и параметри дисперзије се користе као параметри у Гаусовим моделима. Ови модели су побољшани и преформулисани са становишта примене од стране различитих истраживача (Smith F. B., 1968; Turner, 1970; Briggs, 1973; Gryning, Holtslag, Irwin, & Sivertsen, 1987). У табели 7 биће приказани доприноси научника у овој области истраживања.

Табела 7. Преглед истраживања

Допринос	Референца
Решена дводимензионална полуемпиријска једначине дифузије са брзином ветра и вртложном дифузивношћу као функцијама снаге вертикалних координата, увођењем променљиве сличности.	(Hameed & Lebedeff, 1975)
Представљен атмосферски модел транспорта и таложења загађивача ваздуха, који се емитују из повишеног тачкастог извора преко равног терена. Модел је аналитички и третира гравитационо таложење и суво таложење на физички реалистичнији начин, него приступ исцрпљивању извора.	(Ermak, 1977)
Представљен аналитички модел са мирним ветром, када постоји коначна висина мешања.	(Demuth, Berger, Jacquart, & Legros, 1978)
Моделирана дисперзија загађивача из непрекидног извора у одсуству ветра.	(Sirakov & Djolov, 1979)
Представљени су аналитички модели, засновани на К теорији која, под неутралним условима, полако варира са средњом висином перјанице или растојањем низ ветар.	(Hunt & Weber, 1979)
Обрађени различити типови модела атмосферске дифузије у различитим условима. АД једначина је решена нумерички 1D и 3D са константом k , која се назива Фикијева дифузија	(Hanna, Briggs, & Hosker Jr, 1982)

<p>Побољшан Гаусов модел, применом функције корака за изворни термин и суво таложење, да би се пронашла расподела концентрације метилизоцијаната, током цурења гаса у Бопалу 1984. године.</p>	<p>(Singh & Ghosh, 1987)</p>
<p>Извршена аналитичка студија у циљу испитивања карактеристика дводимензионалног стабилног адвективно-дифузног транспорта загађивача ваздуха, који се емитују из извора на земљи.</p>	<p>(Naresh & Nath, 1990)</p>
<p>Формулисан стабилан математички модел, при слабом ветру. Решење је добијено узимањем константних коефицијената дифузности вртложака. Добијено аналитичко решење се поклапа са Гаусовим решењем перјанице, за концентрацију на нивоу земље на средишњој линији облака. Модел је процењен на основу података прикупљених из експеримената спроведених на спортском терену Индијског института за технологију у Делхију (Индија).</p>	<p>(Sharan, Yadav, Singh, Agarwal, & Nigam, 1996)</p>
<p>Дефинисан математички модел у стабилном стању за дисперзију загађивача ваздуха, при ниским ветровима, узимајући у обзир дифузију у три координатна смера и адвекцију дуж средњег ветра. Добијено аналитичко решење је под претпоставком константних коефицијената вртложне дифузије у АД једначини.</p>	<p>(Sharan, Singh, & Yadav, 1996)</p>
<p>Пронађена тродимензионална аналитичка решења АД једначине са више извора и брзином ветра зависном од висине и дифузивности вртложака. Решења су изведена на систематски начин за хомогене Нојманове (потпуна рефлексија), Дирихлеове (укупна адсорпција) или мешовите граничне услове.</p>	<p>(Lin & Hildemann, 1996)</p>
<p>Развијена генерализована математичка шема за симулацију турбулентне дисперзије загађивача, који се апсорбују или таложе на тло. Шема је аналитичко решење АД једначине са брзином ветра, зависном од висине и дифузивношћу вртложака и са граничним условом Робиновог типа на тлу.</p>	<p>(Lin & Hildemann, 1997)</p>
<p>Примена Лапласове трансформације за решавање АД једначине за вртложну дифузивност у зависности од x и z дељењем x-домена на под-домене.</p>	<p>(Moreira, Rizza, Vilhena, & Goulart, 2005)</p>

<p>Описан математички модел у стабилном стању, решавајући аналитички тродимензионалну АД једначину, користећи методе експанзије Eigen функције и Фуријеове трансформације. Занемарена је вертикална брзина ветра, а хоризонтална брзина ветра и коефицијенти вртложне дифузије се претпостављају константним.</p>	<p>(Sharan & Modani, 2005)</p>
<p>Приказано аналитичко решење за нестационарне дводимензионалне АД једначине за симулацију дисперзије загађивача у планетарном граничном слоју. АД једначина је решена коришћењем технике Лапласове трансформације и генерализованом интегралном Лапласовом техником трансформације (GILTT).</p>	<p>(Moreira, Vilhena, Buske, & Tirabassi, 2006)</p>
<p>Представљено тродимензионално решење стабилне АД једначине, узимајући у обзир вертикално нехомогени планетарни гранични слој са К коефицијентима, примењујући GILTT приступ.</p>	<p>(Costa, Vilhena, Moreira, & Tirabassi, 2006)</p>
<p>Анализиран математички модел у стабилном стању за дисперзију загађивача, када су слаби ветрови, који је узео у обзир дифузију дуж ветра, али није узео у обзир променљиви смер ветра типичан за слаб ветар. Решење АД једначине за ове услове су добијени применом GILTT методе, а профили дифузности вртлога су функције удаљености од извора.</p>	<p>(Buske, Vilhena, Moreira, & Tirabassi, 2007)</p>
<p>Представљен аналитички модел проблема дисперзије загађивача ваздуха са променљивом брзином ветра.</p>	<p>(Agarwal, Verma, & Srivastava, 2008)</p>
<p>Решена дводимензионална стационарна АД једначина користећи GILTT, који узима у обзир суво таложење на тлу и може се применити за описивање турбулентне дисперзије многих скаларних величина, као што су загађење ваздуха, радиоактивни материјал, топлота са коефицијентом дифузије вртлога Kz.</p>	<p>(Tirabassi, Buske, Moreira, & Vilhena, 2008)</p>
<p>Представљен тродимензионални модел атмосферске дифузије са променљивом брзином уклањања и променљивом брзином ветра.</p>	<p>(Srivastava, Agarwal, & Verma, 2009)</p>

<p>Представљено аналитичко решење за проблем транзијентне дводимензионалне дисперзије загађивача у атмосфери. Коришћена је двострука GITT (техника генерализоване интегралне трансформације) метода, Лапласова трансформација и дијагонализација у циљу проналажења решења</p>	<p>(Cassol, Wortmann, & Rizza, 2009)</p>
<p>Формулисан аналитички модел за интегрисане концентрације бочног ветра, које се ослобађају из непрекидног извора у коначном атмосферском граничном слоју, узимајући у обзир брзину ветра, као профил степена снаге вертикалне висине изнад тла и дифузију вртлога као експлицитну функцију удаљености низ ветар од извора и вертикалне висине.</p>	<p>(Sharan & Kumar, 2009)</p>
<p>Представљен преглед GILTT решења за једnodимензионалне и дводимензионалне, временски зависне, АД једначине, фокусирајући примену на симулацију дисперзије загађивача у атмосфери, претпостављајући и Фикијев и контра-градијент за широку класу проблема.</p>	<p>(Moreira, Vilhena, Buske, & Tirabassi, 2009)</p>
<p>Представљено полуаналитичко решење дводимензионалне стабилне АД једначине, добијено помоћу ADMM (Advection Diffusion Multi-layer Method) за модел вишеслојне дифузије, да би се обезбедио одржив транспорт загађујућих материја у атмосфери, које су апсорбоване или депоноване на тло ради атмосферске дисперзије загађивача у условима слабог ветра.</p>	<p>(Moreira, Tirabassi, Vilhena, & Goulart, 2010)</p>
<p>Представљен аналитички модел за дисперзију загађивача који се ослобађа из континуираног извора у граничном слоју атмосфере који описује концентрацију интегрисану у бочни ветар.</p>	<p>(Kumar & Sharan, 2010)</p>
<p>Приказано решење дводимензионалне АД једначине за константну емисију загађивача из тачкастог извора, постављеног унутар нестабилног атмосферског граничног слоја.</p>	<p>(Tirabassi, Tiesi, Vilhena, Bodmann, & Buske, 2011)</p>
<p>Предложен аналитички приступ проблему дисперзије загађивача ваздуха, са константном брзином ветра и константном брзином уклањања. Утврђено је да профил концентрације загађивача</p>	<p>(Verma, 2011)</p>

ваздуха постаје висок близу тла, али како се растојање од тла повећава, профил концентрације се смањује.	
Приказан аналитички приступ проблему дисперзије загађивача ваздуха са променљивом брзином ветра, у облику таласне функције и променљивом вртложном дифузијом.	(Verma, Srivastava, & Agarwal, 2011)
Представљен математички модел једначине атмосферске дифузије и анализирана АД једначина у два смера, како би се добила интегрисана концентрација бочног ветра.	(Khaled, Mina, & Mamdouh, 2011)
Дат је детаљан поглед на основну математику, која стоји иза моделирања атмосферске дисперзије, засновану на Гаусовим апроксимацијама пљуска у АД једначини са непрекидним извором облака.	(Stockie, 2011)
Решена дводимензионална АД једначина да би се добила интегрисана концентрација бочног ветра.	(Essa, El-Wahab, ELsman, & Soliman, 2014)
Приказано аналитичко решење АД једначине, користећи сепарацију варијабилних техника, узимајући у обзир брзину ветра и дифузивност вртлога као константе.	(Marrouf, Essa, El-Otaify, Mohamed, & Ismail, 2015)
Предложен дводимензионални аналитички модел дисперзије за интегрисане концентрације бочног ветра, које се ослобађају из континуираних тачкастих извора у атмосферском површинском слоју, са таложењем на површину тла.	(Kumar & Sharan, 2016)
Представљено полуаналитичко решење за АД једначину, узимајући у обзир брзину ветра као функцију удаљености од извора загађења низ ветар и вертикалну висину.	(Moreira & Albuquerque, 2016)

3.4. Ојлеров модел

Једначина адвективне дифузије (ЈАД) се изводи из једначине молекуларне дифузије:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\vec{U}\nabla C + D\nabla^2 C + R + S \quad (3.4.1)$$

Овде је $\vec{U} = (u, v, w)$. Узеће се да су брзина и концентрација збир средње и турбулентне компоненте:

$$U = \bar{U} + U' \quad (3.4.2)$$

$$C = \bar{C} + C' \quad (3.4.3)$$

Такође, сматра се да је средња вредност турбулентних флукуација једнака нули.

$$\overline{C'} = 0 \text{ и } \bar{\bar{C}} = \bar{C} \quad (3.4.4)$$

$$\overline{U'} = 0 \text{ и } \bar{\bar{U}} = \bar{U} \quad (3.4.5)$$

Усредњавањем једначине (3.4.1) добијамо:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = -\bar{U}\nabla\bar{C} - \nabla\overline{C'U'} + D\nabla^2\bar{C} + \bar{R} + \bar{S} \quad (3.4.6)$$

при чему важи $\overline{C'u'} = -k\nabla C$; $\bar{S} = S$; $\bar{R} = R$

Из наведеног следи да је, у општем случају, ЈАД дата изразом

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial y} + w\frac{\partial C}{\partial z} \\ = \frac{\partial}{\partial x}(k_x\frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(k_y\frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(k_z\frac{\partial C}{\partial z}) + R + S \end{aligned} \quad (3.4.7)$$

Члан R карактерише хемијске процесе, уколико примеса учествује у хемијским реакцијама током транспорта (неконзервативна примеса). Уколико примеса не учествује у хемијским процесима, она се назива конзервативном и онда је члан $R = 0$. Члан S у једначини (3.4.7) представља члан који карактерише особине извора, који емитује примесе у атмосферу.

Да би се нашао решења ЈАД морају се, пре свега, задати гранични услови које концентрација полутаната задовољава.

Гранични услови се могу поделити на Дирихлеове, Нојманове, мешовите граничне услове I типа и мешовите граничне услове II типа.

Дирихлеови гранични услови за случај тоталне апсорпције полутаната:

$$\begin{aligned} C(x, y, z) &= 0 \quad \text{за} \quad z = 0 \\ C(x, y, z) &= 0 \quad \text{за} \quad z = h \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

Нојманови гранични услови за случај тоталне рефлексије:

$$\begin{aligned} k_z \frac{\partial C(x, y, z)}{\partial z} &= 0 \quad \text{за} \quad z = 0 \\ k_z \frac{\partial C(x, y, z)}{\partial z} &= 0 \quad \text{за} \quad z = h \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

Мешовити гранични услови (тип I)

$$\begin{aligned} k_z \frac{\partial C(x, y, z)}{\partial z} &= 0 \quad \text{за} \quad z = 0 \\ C(x, y, z) &= 0 \quad \text{за} \quad z = h \end{aligned} \quad (3.4.10)$$

Мешовити гранични услови (тип II)

$$\begin{aligned} C(x, y, z) &= 0 \quad \text{за} \quad z = 0 \\ k_z \frac{\partial C(x, y, z)}{\partial z} &= 0 \quad \text{за} \quad z = h \end{aligned} \quad (3.4.11)$$

Да би се општа једначина адвективне дифузије решила, уводе се следеће претпоставке:

- разматра се стационаран случај тј. $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$
- вертикална компонента брзине w се занемарује у односу на хоризонталне компоненте брзине u и v
- x оса је оријентисана дуж ветра тј. $U = u$ и $v = 0$
- дифузија дуж ветра је занемарљиво мала у односу на адвекцију тј.

$$\left| u \frac{\partial C}{\partial x} \right| \gg \left| \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) \right| \quad (3.4.12)$$

Примена ових претпоставки на општу ЈАД, за случај да полутанти не учествују у реакцијама у атмосфери, доводи до следеће једначине

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (3.4.13)$$

Надаље, претпоставиће се да је $k_y = k(x)$, $k_z = k(x)$. Из свега следи поједностављени облик ЈАД, чијим решавањем, за одговарајуће граничне услове налазимо расподелу концентрације РМ честица.

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = k_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + k_y \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (3.4.14)$$

3.4.1. Решење ЈАД за случај тешких конзервативних примеса

Вектор брзине је дефинисан на следећи начин:

$$\vec{u} = (u, 0, -w_{sed}) \quad (3.4.1.1)$$

где је w_{sed} -брзина седиментације РМ честица.

Једначина адвективне дифузије (3.3.14) се трансформише на следећи облик:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} - w_{sed} \frac{\partial C}{\partial z} = k_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (3.4.1.2)$$

са граничним условима:

$$C(0, y, z) = \frac{Q}{u} \delta(y) \delta(z - H) \quad (3.4.1.3)$$

$$C(\infty, y, z) = 0, \quad C(x, \pm\infty, z) = 0, \quad C(x, y, \infty) = 0 \quad (3.4.1.4)$$

$$k_z \frac{\partial C(x, y, 0)}{\partial z} + w_{sed} C(x, y, 0) = w_{dep} C(x, y, 0) \quad (3.4.1.5)$$

где су:

- w_{dep} - брзина депозиције РМ честица, која зависи од врсте и величине загађујућих честица, хравост терена и типа површине тла као и од временских услова,
- H - висина извора,

- Q - јачина извора и
- δ - Диракова функција.

Последњи гранични услов се добија из претпоставке да уобичајени Нојманов гранични услов (3.3.9) није добра апроксимација, јер се део честица који долази до површине тла на њему таложи и апсорбује. Услед тога, сматрамо да је вертикални проток РМ честица на површини пропорционалан концентрацији РМ честица на нивоу тла.

Решавањем ЈАД за дате граничне и остале услове, добија се израз за концентрацију полутаната (РМ честица) (Souza, 2012):

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi k_y x} \exp(-y^2/4k_y x) \exp\left(-\frac{w_{sed}(z-H)}{2k_z} - \frac{w_{sed}^2 x}{4k_z u}\right) \times \left[\exp(-(z-H)^2 u/4k_z x) + \exp(-(z+H)^2 u/4k_z x) - \frac{2w_0 \sqrt{\pi x}}{\sqrt{k_z u}} \exp\left(\frac{w_0(z+H)}{k_z} + \frac{w_0^2 x}{k_z u}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{(z+H)\sqrt{u}}{2\sqrt{k_z x}} + \frac{w_0 \sqrt{x}}{\sqrt{k_z u}}\right) \right] \quad (3.4.1.6)$$

$$w_0 = w_{dep} - \frac{w_{sed}}{2} \quad (3.4.1.7)$$

$$w_{sed} = 2\rho g R^2 / 9\mu \quad (3.4.1.8)$$

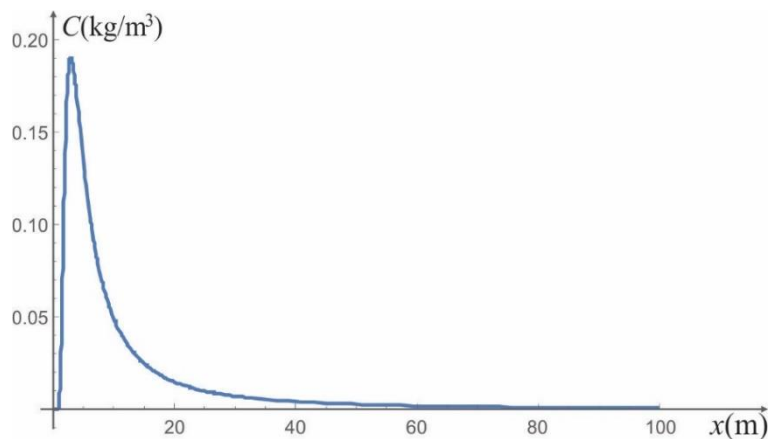
где су:

- w_{dep} - брзина депозиције честице,
- w_{sed} - брзина седиментације конзервативне честице,
- ρ - густина честице,
- g - гравитационо убрзање,
- R - полупречник честице,
- μ - динамичка вискозност средине.

Да би се демонстрирао модел усвојиће се следеће вредности одговарајућих параметара:

$$\begin{aligned} Q &= 4 \text{ [kg/s]} & H &= 2 \text{ [m]} \\ u &= 1 \text{ [m/s]} & g &= 9,81 \text{ [m/s}^2\text{]} \\ w_{dep} &= 0,0062 \text{ [m/s]} & \rho &= 7140 \text{ [kg/m}^3\text{]} \\ R &= 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ [m]} & \mu &= 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ [kg/ms]} \\ k_y &= 0,5uax^b \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]; \quad a = 0,54; & k_z &= 0,5ucx^d \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]; \quad c = 0,275; \\ & b = 0,82 & & d = 0,82 \end{aligned}$$

На основу ових података може се добити 2D расподела концентрација полутаната на површини Земље тј. за $z=0$. Расподела добијена коришћењем софтверског пакета *Mathematica* 11.2 је дата на слици 5.



Слика 5. Расподела концентрације полутаната на површини Земље

Напомена: У Прилогу 1. дато је решавање једначине молекуларне дифузије операторским методом, а у Прилогу 2. решење једначине адвективне дифузије за различите граничне услове, када се претпоставља да су брзина ветра и коефицијенти турбулентне дифузије степене функције.

3.5. Гаусов модел

Без обзира на значај и садржајност Лагранжових и Ојлерових модела ширења аерозагађења, у пракси и у научној литератури се често користи једноставнији модел - Гаусов модел. У основи тог модела лежи израз за дистрибуцију полутаната, који се добија из аналитичког решења за дисперзију полутаната, када су брзина ветра u и коефицијенти турбулентне дифузије k_y и k_z константни. Дистрибуција полутаната из континуалног тачкастог извора, без утицаја земљине површине и уз средњу брзину ветра је:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y(x) \sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) \quad (3.5.1)$$

Овде су $\sigma_y = \sqrt{\frac{2k_y x}{u}}$, $\sigma_z = \sqrt{\frac{2k_z x}{u}}$, дисперзије полутаната дуж одговарајућих координатних оса.

Стандардни израз Гаусовог модела у случају континуалног тачкастог извора, који се налази на висини H , када се полутанати потпуно рефлектују са површине земље је:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y(x) \sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)}\right) \left\{ \exp\left[-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2(x)}\right] + \exp\left[-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2(x)}\right] \right\} \quad (3.5.2)$$

Коефицијенти турбулентне дисперзије $\sigma_y(x)$ и $\sigma_z(x)$ се емпиријски одређују и у општем случају не зависе само од растојања x од извора већ и од стабилности атмосфере. Треба уочити да је израз за концентрацију полутаната дат апроксимативно, али да је формула (3.5.2) веома погодна за практичне прорачуне. Она важи у случају када се полутанати емитују из извора импулсно и та чињеница се изражава употребом Диракове δ функције.

При континуалном емитовању полутаната средње вредности концентрација се у Гаусовом моделу могу изразити као:

$$C_{ij}(x, y, z) = \frac{Q\eta_i}{(2\pi)^{3/2}x} \sum_j \frac{\omega_j}{\bar{u}_j\sigma_{y,j}\sigma_{z,j}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_{y,j}^2}\right) \left\{ \exp\left[-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_{z,j}^2}\right] + \exp\left[-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_{z,j}^2}\right] \right\} \quad (3.5.3)$$

где:

- индекс j указује на вредност дате величине при j - категоризацији стабилности атмосфере током постизања средњих вредности тих величина,
- ω_j - поновљивост j те- категоризације стабилности атмосфере у току постизања средњих вредности,
- η_i -параметар који карактерише поновљивост правца ветра током усредњавања.

Поље концентрације примеса може се променити под утицајем три механизма и то:

- радиоактивним распадом полутаната,
- таложењем полутаната под утицајем гравитационог поља Земље,
- испирање падавинама.

Ти процеси се у Гаусовом моделу урачунавају преко тзв. корективних фактора $F_1(x)$, $F_2(x)$ и $F_3(x)$. У случају радиоактивног распада, корекциона функција је:

$$F_1(x) = \exp(-\lambda x/u) \quad (3.5.4)$$

где је λ -константа радиоактивног распада.

Корекциона функција за случај сувог таложења је облика

$$F_2(x) = \exp\left[-\sqrt{\frac{2v_g}{\pi}} \frac{1}{u} \int_0^x \frac{1}{\sigma_z} \exp\left(-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}\right) d\xi\right] \quad (3.5.5)$$

где су:

- H ефективна висина извора,
- v_g - брзина гравитационог таложења.

У случају испирања полутаната падавинама, корекциона функција је

$$F_3(x) = \exp(-\Lambda x/u) \quad (3.5.6)$$

где је Λ константа испирања падавинама.

Узимајући у обзир корекционе факторе, израз за концентрацију у Гаусовом моделу, са рефлексијом полутаната од површине земље, је:

$$C(x, y, z) = \frac{Q F_1(x) F_2(x) F_3(x)}{2\pi u \sigma_y(x) \sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)}\right) \left\{ \exp\left[-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2(x)}\right] + \exp\left[-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2(x)}\right] \right\} \quad (3.5.7)$$

Основни проблем, код примене ове релације за израчунавање концентрације, је у налажењу H ефективне висине димне перјанице и налажењу коефицијената дисперзије $\sigma_y(x)$ и $\sigma_z(x)$.

За израчунавање концентрације полутаната неопходно је одредити вредности параметара σ_y и σ_z у функцији растојања од извора дуж дувања ветра (по правилу дуж x осе) и у функцији стабилности атмосфере. Постоји неколико начина за процену вредности ових параметара, али не постоји универзални приступ за њихово одређивање. По правилу метод процене зависи од циља прорачуна који се врши. Често се за одређивање вредности ових параметара тражи познавање турбулентне структуре ветра, узимајући у обзир и његов енергетски спектар. Ако нам то није познато онда се користе емпиријски изрази добијени упоређивањем прорачунатих са мереним вредностима. Такође, користе се и одговарајући системи класификације атмосферске стабилности према временским условима за које се прорачуни врше. Иако не постоји универзални начин за одређивање ових параметара, већина истраживача се придржава Пасквил-Гифордове систематизације стабилности атмосфере. Бригс је објединио сигма криве

Пасквил-Гифорда и брукхејвенске криве у аналитичке изразе за σ_y и σ_z . Ови изрази имају посебне вредности за руралну и урбану средину. Важе за растојања од извора мања од 10 km, временски интервал од емитовања полутаната мањи од 20 минута и рељефност терена од 3 cm за руралне средине, до 1 m за урбане средине.

Последњих година за процену дисперзије се користи следећи израз:

$$\sigma_y = \sigma_z = 0,6u_* \frac{x}{u} \quad (3.5.8)$$

где је u_* брзина конвекције.

За практичне прорачуне се користе следећи изрази (брукхејвеновски):

$$\sigma_y = ax^b \quad (3.5.9)$$

$$\sigma_z = cx^d \quad (3.5.10)$$

где су a, b, c, d емпиријски коефицијенти, који зависе од класе стабилности атмосфере и чије вредности су дате у табели 8.

Табела 8. Класе стабилности Пасквила и емпиријски коефицијенти

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>m</i>
A	0,235	0,796	0,311	0,711	0,53
B	0,297	0,796	0,382	0,711	0,40
C	0,418	0,796	0,520	0,711	0,33
D	0,586	0,796	0,700	0,711	0,23
E	0,826	0,796	0,950	0,711	0,16
F	0,946	0,796	0,321	0,711	0,10
G	1,043	0,698	0,819	0,669	0,33

Брзина ветра на висини H је одређена формулом:

$$\bar{u}(H) = u(z_1)(H/z_1)^m \quad (3.5.10)$$

где су:

- z_1 - фиксирана висина,
- m је експонент који зависи од класе стабилности атмосфере (табела 8).

Неки од ограничења Гаусових модела загађења ваздуха су (Lazarević, 2012):

- Модели претпостављају да се вертикално и хоризонтално турбулентно расејање јављају независно један од другог;
- Компоненте вектора брзине ветра u , v и w се не јављају у изразу за концентрацију полутаната, што доводи до тога да се јавља линеарна путања транспорта нечистоћа;
- У почетном тренутку времена на тачки локације концентрација извора једнака је бесконачности чиме се нарушава услов материјалне равнотеже и искривљује поље концентрације;
- Не дозвољава прорачуне концентрација при малим брзинама ветра (мање од 1 m/s), и ограничава примену методе под овим метеоролошким условима;
- Атмосферска турбуленција је константна током целе путање дима;
- Брзина и смер ветра су константни од тачкастог извора до рецептора;
- Гаусова једначина дисперзије не укључује терене као што су долине, планине и обале, већ само постоје коефицијенти за рурално и урбано подручје;
- Честице гаса се не апсорбују у води, у ваздуху, или вегетацији;
- Перјаница је хомогена и нема таложења или испирања.

4. НУМЕРИЧКО РЕШЕЊЕ ЈАД

4.1. АДОМИАН ДЕКОМПОЗИЦИОНИ МЕТОД

Овај метод се користи за нумеричко решавање диференцијалних једначина. Показао се као изузетно ефектан за брзо налажење решења, јер је решење дато у облику реда који брзо конвергира. Метод је дао Г. Адомиан по коме он носи назив (Adomian, 1992; Adomian, 1994). У наставку текста биће приказане основе ове методе.

Нека имамо диференцијалну једначину облика

$$Lu + Ru + Nu = g \quad (4.1.1)$$

где су:

- L – диференцијални оператор највишег реда,
- R – линеарни диференцијални оператор нижег реда од L ,
- Nu – нелинеарни члан,
- g позната функција.

Претпоставка је да се може једноставно наћи инверзни оператор L^{-1} . Примењујући на обе стране једначине (4.1.1) инверзни оператор L^{-1} , добија се:

$$u = f - L^{-1}(Ru) - L^{-1}(Nu) \quad (4.1.2)$$

где је f члан добијен интеграцијом познате функције g уз примену граничних и почетних услова, за које претпостављамо да су познати.

Решење посматране диференцијалне једначине се добија у облику реда

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} u_n \quad (4.1.3)$$

где су чланови u_0, u_1, u_2, \dots одређени на следећи начин:

$$u_0 = f$$
$$u_{k+1} = -L^{-1}(Ru_k) - L^{-1}(Nu_k), \quad k \geq 0 \quad (4.1.4)$$

Важно је напоменути да се први члан реда дефинише функцијом f и налажењем следећих чланова реда, лако се долази до решења.

Овим методом се решава АД једначина.

$$\frac{\partial^2 C_y}{\partial z^2} = A \frac{\partial C_y}{\partial x} - B \frac{\partial^2 C_y}{\partial y^2}; \quad A = \frac{u}{k_z(x)}, B = \frac{k_y(x)}{k_z(x)} \quad (4.1.5)$$

Једначину (4.1.5) можемо написати на следећи начин:

$$L_{zz}C = AL_xC - BL_{yy}C$$
$$L_{ii} = \frac{\partial^2}{\partial i^2}; \quad i = y, z; \quad L_x = \frac{\partial}{\partial x} \quad (4.1.6)$$

Гранични услови за ЈАД су дефинисани тако да се полутанти апсорбују на површини земље, и да концентрација полутаната тежи 0, на великом растојању од извора:

$$uC(x, y, z) = Q\delta(z)\delta(y), \quad x = 0 \quad (4.1.7)$$

$$C(x, y, z) = 0, \quad x, y, z \rightarrow \infty \quad (4.1.8)$$

$$\frac{\partial C}{\partial y} = 0, \quad y = 0, L_y \quad (4.1.9)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = -Q\delta(y), \quad x = 0 \quad (4.1.10)$$

$$\frac{\partial C}{\partial z} = 0, \quad z = h \quad (4.1.11)$$

$$k_z \frac{\partial C}{\partial z} = v_g C, \quad z = 0 \quad (4.1.12)$$

где су:

- Q – снага извора полутаната
- δ – Диракова функција

- v_g - брзина депозиције полутаната
- h – висина слоја мешања

Делујући инверзним оператором L_{zz}^{-1} на једначину добија се

$$C(x, y, z) = C_0 + AL_{zz}^{-1}L_x C(x, y, z) - BL_{zz}^{-1}L_{yy}C(x, y, z) \quad (4.1.13)$$

где су

$$L_{zz}^{-1} = \int_0^z \int_0^z \dots dzdz \quad (4.1.14)$$

$$C_0 = P(x, y) + zR(x, y) \quad (4.1.15)$$

Функције $P(x, y)$ и $R(x, y)$ су непознате функције које се одређују из граничних услова:

$$C_{n+1} = A \int_0^z \int_0^z \frac{\partial C_n}{\partial x} dzdz - B \int_0^z \int_0^z \frac{\partial^2 C_n}{\partial y^2} dzdz \quad (4.1.16)$$

$$C_1 = A \int_0^z \int_0^z \left(\frac{\partial P}{\partial x} + z \frac{\partial R}{\partial x} \right) dzdz - B \int_0^z \int_0^z \left(\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + z \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \right) dzdz \quad (4.1.17)$$

На основу претходних израза, може се написати

$$C_1 = \frac{z^2}{2!} \left(A \frac{\partial P}{\partial x} - B \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \frac{z^3}{3!} \left(A \frac{\partial R}{\partial x} - B \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \right) \quad (4.1.18)$$

Тражи се решење једначине у облику

$$W_n = \sum_{i=1}^{\infty} C_n \quad (4.1.19)$$

Када се горња једначина замени у израз за први члан реда добија се:

$$W_1 = P + zR + \frac{z^2}{2!} \left(A \frac{\partial P}{\partial x} - B \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \frac{z^3}{3!} \left(A \frac{\partial R}{\partial x} - B \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \right) \quad (4.1.20)$$

Диференцирајући последњу релацију и множећи је са k_z добија се:

$$k_z \frac{\partial W_1}{\partial z} = k_z R + z \left(u \frac{\partial P}{\partial x} - k_y \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \frac{z^2}{2!} \left(u \frac{\partial R}{\partial x} - k_y \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \right) \quad (4.1.21)$$

Из граничног услова за $z = 0$ налазимо везу између P и R .

$$k_z R(x, y) = -v_g P(x, y) \quad (4.1.22)$$

Из граничног услова за $z = h$ налазимо

$$k_z R + h \left(A \frac{\partial P}{\partial x} - B \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \frac{h^2}{2!} \left(A \frac{\partial R}{\partial x} - B \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (4.1.23)$$

Добијамо следећи израз:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - \frac{A}{B} \frac{\partial P}{\partial x} + DP = 0; \quad D = \frac{2v_g}{B(-h^2 v_g + 2hk_z)} \quad (4.1.24)$$

Претходна једначина се решава методом раздвајања променљивих $P(x, y) = X(x)Y(y)$

$$\frac{dX}{dx} - \frac{((D - \lambda^2)B)}{A} X = 0; \quad A \neq 0 \quad (4.1.25)$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + \lambda^2 Y = 0 \quad (4.1.26)$$

Решење последње једначине је облика:

$$Y(y) = c_3 \cos \lambda y + c_4 \sin \lambda y \quad (4.1.27)$$

па према граничним условима следи

$$\lambda = \frac{i\pi}{L_y} \quad (4.1.28)$$

$$Y(y) = c_3 \cos \left(\frac{i\pi}{L_y} \right) y \quad (4.1.29)$$

Решења за $X(x)$ је

$$X(x) = c_5 e^{\frac{(D-\lambda^2)Bx}{A}} \quad (4.1.30)$$

па је укупно решење за $P(x, y)$

$$P(x, y) = c_6 e^{\frac{(D-\lambda^2)Bx}{A}} \cos \lambda y \quad (4.1.31)$$

Из граничног услова (4.1.7) налази се константа c_6

$$P(x, y) = \frac{Q}{u} e^{\frac{(D-\lambda^2)Bx}{A}} \cos \lambda y \quad (4.1.32)$$

на тај начин може се писати израз за константу C_0 у облику

$$C_0 = (1 - fz)P(x, y); \quad f = \frac{v_g}{k_z} \quad (4.1.33)$$

На сличан начин долазимо и до следећих константи:

$$C_1 = DB \left(\frac{z^2}{2!} - f \frac{z^3}{3!} \right) P(x, y) \quad (4.1.34)$$

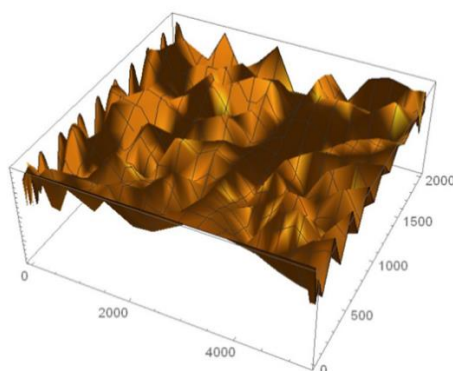
$$C_2 = (DB)^2 \left(\frac{z^4}{4!} - f \frac{z^5}{5!} \right) P(x, y) \quad (4.1.35)$$

$$C_3 = (DB)^3 \left(\frac{z^6}{6!} - f \frac{z^7}{7!} \right) P(x, y) \quad (4.1.36)$$

Из овога се може наћи коначни израз за концентрације полутаната

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{u} \sum_{i=1}^{\infty} (DB)^i \left(\frac{z^{2i}}{(2i)!} - f \frac{z^{2i+1}}{(2i+1)!} \right) e^{\left[\frac{(D-(\pi/L_y)^2)B}{A} \right] x} \cos(\pi y/L_y) \quad (4.1.37)$$

Ако се узме да је $y = 0$, онда се израз за $C(x, y, z)$ трансформише у израз за $C_y(x, z)$ и ред после одређеног броја корака брзо конвергира. На слици 6 приказана је расподела концентрација према Адомиан нумеричком решењу ЈАД, добијена коришћењем софтверског пакета *Mathematica* 11.2.



Слика 6. 3D приказ расподеле концентрација према Адомиан нумеричком решењу ЈАД

Доказано је да је Адомиан декомпозициони метод једноставнији и погоднији за нумеричко решавање линеарних и нелинеарних диференцијалних једначина од метода коришћења Тејлоровог потенцијалног реда (Wazwaz, 1998). Уопштено говорећи, са тачке гледишта практичне имплементације, метода декомпозиције је једноставна за употребу, док метода коришћењем Тејлоровог реда има одређене рачунске потешкоће.

4.2. Упоредивање нумеричких резултата са експериментима - верификација модела

Верификација модела представља оцену практичне вредности и тачности модела. Постоји општа сагласност да су експериментални подаци, и то посебно мерења са терена, главни критеријум за верификацију модела. И поред те чињенице, верификација модела представља изузетно сложен проблем.

Разлози за то су следећи (Росајт & Antanasijević, 2018):

- Одговарајућа метода за оцењивање се не може дефинисати на јединствен начин, пошто употребљене методе зависе од контекста примене.
- Скупови експерименталних теренских података за оцену су ограничени и одсликавају само мали део могућих сценарија. За коректну оцену модела потребно је користити што је могуће већи број скупова података, уз разумевање природе модела.

- Обрада улазних података и резултата није једноставна.
- Тешко се може очекивати независност модела од скупова података. С обзиром да постоји релативно мали број скупова података, логично је очекивати да се модели после евалуације делимично прилагођавају њима, да би остварили резултате што ближе теренским мерењима. Валидација модела са што већим бројем експерименталних тест скупова потребна је да би се очувала што је могуће већи степен независности у односу на моделе.

Размотриће се ЈАД у облику:

$$u \frac{\partial C(x, y, z)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (4.2.1)$$

$$k_y = k_z = k(x) \quad (4.2.2)$$

где коефицијенти турбулентне дифузије зависе само од x . У том случају се претходна једначина трансформише у једначину

$$u \frac{\partial C_y(x, z)}{\partial x} = k \frac{\partial^2 C_y(x, z)}{\partial z^2} \quad (4.2.3)$$

Претпоставиће се следећи гранични услови:

$$\frac{\partial C_y}{\partial z} = 0 \text{ за } z = 0 \quad (4.2.4)$$

$$\frac{\partial C_y}{\partial z} = 0 \text{ за } z = H \quad (4.2.5)$$

$$C(0, z) = \frac{Q}{u} \delta(z - h_s) \text{ за } x = 0 \quad (4.2.6)$$

где је H - висина слоја мешања, а h_s - висина извора.

Решење ове једначине, са датим граничним условима, је облика (Кошляков, Глинер, & Смирнов, 1970):

$$C_y(x, z) = \frac{2Q}{uH} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi}{H} h_s \right) \exp \left[- \frac{\pi^2}{uH^2} \int_0^x k(x) dx \right] \cos \left(\frac{\pi}{H} z \right) \right] \quad (4.2.7)$$

Ако коефицијент турбулентне дифузије изаберемо да је облика:

$$k(x) = \frac{\sigma_w^2}{u} x \quad (4.2.8)$$

коначно решење за ЈАД је:

$$C_y(x, z) = \frac{2Q}{uH} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{H} h_s\right) \exp\left[-\frac{\pi^2 \sigma_w^2 x^2}{2u^2 H^2}\right] \cos\left(\frac{\pi}{H} z\right) \right] \quad (4.2.9)$$

Сада ће се посматрати израз за концентрацију полутаната у Гаусовом моделу:

$$C_y(x, z) = \frac{Q}{4\pi kx} \left\{ \exp\left[-\frac{u(z - h_s)^2}{4kx}\right] + \exp\left[-\frac{u(z + h_s)^2}{4kx}\right] \right\} \quad (4.2.10)$$

Упоредиће се резултати за израчунату нормализовану концентрацију који дају ови модели са експериментално мереним вредностима. У оба случаја код рачунања нормализованих концентрација се узимају исти коефицијенти турбулентне дифузије. Током 1987. годину у Копенхагену је рађен експеримент у коме су мерене вредности концентрације SF₆ у одређеном временском периоду за различите класе стабилности атмосфере (Gryning, Holtslag, Irwin, & Sivertsen, 1987). У табели 9 приказани су резултати мерења, као и нормализоване вредности концентрације израчунате према Гаусовом моделу, за исте услове као у експерименту.

Табела 9. Упоредне вредности мерених и израчунатих по Гаусовом моделу нормализованих концентрација C/Q

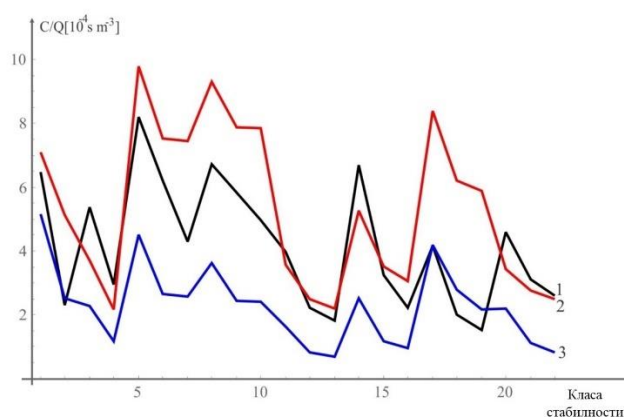
Класе стабилности	H[m]	U ₁₀ [m]	σ _w [ms ⁻¹]	x[m]	C/Q[10 ⁻⁴ sm ⁻²]		
					Мерено	Ојлер	Гаус
A	1980	2,1	0,83	1900	6,48	7,1	5,16
A	1980	2,1	0,83	3700	2,31	5,13	2,52
C	1920	4,9	1,07	2100	5,38	3,7	2,29
C	1920	4,9	1,07	4200	2,95	2,18	1,18
B	1120	2,4	0.68	1900	8,20	9,8	4,51
B	1120	2,4	0.68	3700	6,22	7,53	2,65

Докторска дисертација
Анализа утицаја аерополутаната на здравље људи са аспекта еколошке форензике

B	1120	2,4	0,68	5400	4,30	7,44	2,58
C	820	3,1	0,71	2100	6,72	9,30	3,63
C	820	3,1	0,71	4200	5,84	7,87	2,44
C	820	3,1	0,71	6100	4,97	7,86	2,41
C	1300	7,2	1,33	2000	3,96	3,57	1,63
C	1300	7,2	1,33	4200	2,22	2,50	0,82
C	1300	7,2	1,33	5900	1,83	2,20	0,68
B	1850	4,1	0,87	2000	6,70	5,27	2,51
B	1850	4,1	0,87	4100	3,25	3,52	1,17
B	1850	4,1	0,87	5300	2,23	3,06	0,97
D	810	4,2	0,72	1900	4,16	8,39	4,20
D	810	4,2	0,72	3600	3,02	6,21	2,80
D	810	4,2	0,72	5300	1,52	5,89	2,18
C	2090	5,1	0,98	2100	4,58	3,43	2,20
C	2090	5,1	0,98	4200	3,11	2,77	1,13
C	2090	5,1	0,98	6000	2,59	2,49	0,81

На основу података из претходне табеле могу се израчунати статистички показатељи разлике мерених и предвиђених вредности нормализоване концентрације.

На слици 7 је дат графички приказ нормализованих вредности концентрације полутаната чије су вредности дате у табели 9.



Слика 7. Поређење измерених и израчунатих вредности нормализованих концентрација: 1-мерене вредности, 2-вредности рачунате према Ојлеровом моделу, 3- вредности рачунате према Гаусовом моделу

Према Хани (Hanna, Chang, & Strimaitis, 1993), статистички параметри неопходни за поређење квалитета модела са експериментално одређеним нормализованим концентрацијама су⁵:

- Нормализована средња квадратна грешка $NSKG = \frac{\overline{(C_M - C_R)^2}}{C_M C_R}$
- Коефицијент корелације $R = \frac{\overline{(C_M - \overline{C_M})(C_R - \overline{C_R})}}{\sigma_{C_M} \sigma_{C_R}}$

Коефицијент линеарне корелације (R) даје најмање информација, а тиме је и најмање значајан, од приказаних статистичких показатеља, јер он представља степен линеарне корелације предвиђених и тачних вредности.

- Удео тачних предвиђања FAC2: $0,5 \leq \frac{C_R}{C_M} \leq 2,0$

Удео тачних предвиђања у односу на тачну вредност. FA индикатор је један је од најзначајнијих статистичких показатеља перформанси модела, јер он показује способност модела да да тачна предвиђања за одређену резолуцију грешке, за сваки појединачни испитивани случај. FAC2 показује удео предвиђања са релативном грешком мањом од ± 20 % омогућава да се модели ефикасно

⁵ Црта изнад одговарајуће величине означава средњу аритметичку вредност дате величине.

класификују по перформансама, у зависности од сложености проблема и захтеване тачности.

- Разломачка тенденција $FB = \frac{(\overline{C_M} - \overline{C_R})}{0,5(\overline{C_M} + \overline{C_R})}$

где је:

- C_M – измерена концентрација
- C_R – концентрација израчуната према одговарајућем моделу

Уколико би модел био савршен, тј. уколико би се израчунати резултати поклапали са мереним вредностима, параметри R и $FAC2$ би имали вредност 1, а параметри $NSKG$ и FB вредност 0. Овакво поклапање је могуће само у идеалној ситуацији јер ниједан модел није савршен. У табели 10 приказане су упоредне вредности статистичких параметара мерених нормализованих концентрација и њихових вредности за случај када се нормализоване концентрације рачунају различитим моделима.

Табела 10. Поређење израчунатих вредности на основу Ојлеровог и Гаусовог модела

Модел	NSKG	R	FAC2	FB
Ојлеров	0,22	0,60	1,38	-0,19
Гаусов	0,58	0,80	0,59	0,58

Анализом резултата из претходне табеле се може закључити да су нормализоване концентрације полутаната, израчунате на основу Ојлеровог модела усаглашеније са експериментално мереним вредностима него у случају када су рачунате на основу Гаусовог модела. Једино су резултати рачунати Гаусовим методом у незнатно бољој корелацији са експериментално одређеним нормализованим вредностима концентрације. У претходном делу је наглашено да је коефицијент корелације најмање значајан статистички показатељ, тако да је општи закључак да Ојлеров модел даје прецизније податке о вредностима нормализованих концентрација. Сличан, квалитативни, закључак се може извући и са слике 7.

4.3. Нумеричке методе у софтверским пакетима

Математички проблеми описани парцијалним диференцијалним једначинама (ПДЈ) су веома присутни у науци и инжењерству. Примери се крећу од једноставне (али често коришћене) једначине дифузије, преко таласних и Лапласових једначина, до нелинеарних једначина механике флуида, теорије еластичности итд. Мали број диференцијалних једначина се може решити аналитички и због тога су се током година развијале различите нумеричке методе. Постоји велики број нумеричких метода за решавања ПДЈ. На решавање ПДЈ-а нумеричким методама утиче димензионалност и геометрија независних променљивих, нелинеарности у систему, осетљивост на граничне услове, недостатак формалног разумевања врсте метода решења који се користи за одређени проблем, и тако даље. У општем случају, све ове методе се могу сврстати у једну од следећих категорија (Li & Chen, 2008):

- Метода коначних разлика
- Метода коначних елемената
- Метода коначних запремина
- Метода спектралне анализе
- Метода граничних елемената и
- Методе које не укључују креирање мреже

Метода коначних разлика је једна је од најстаријих метода коришћених за решавање диференцијалних једначина. Мана овог приступа је тежина математичке анализе у случају променљивих коефицијената и нелинеарних парцијалних диференцијалних једначина. Код ове методе, домен независне променљиве се апроксимира дискретним скупом тачака, који се називају мрежа. Зависне варијабле су дефинисане само у овим тачкама. Било који извод тада аутоматски добија вредност одређене врсте разлика, између вредности зависне променљиве у датој тачки мреже. Ова метода се обично користи за правилну геометрију и у тим случајевима представља веома ефикасан метод за решавање.

Метода коначних елемената је нумеричка метода која се заснива на физичкој дискретизацији разматраног подручја. Геометрија модела дели се на врло мале елементе који су једноставних облика, а сви ови елементи заједно чине мрежу коначних елемената. За сваки коначни елемент се формулишу ПДЈ које описују проблем који се решава. Формулисане једначине се решавају апроксимацијом поља унутар сваког елемента.

У зависности од изабраних независно-променљивих величина и начина формирања једначина, постоје четири основне методе:

- метода померања (метода деформације),
- метода сила,
- мешовита метода и
- хибридна метода.

Ова метода се у почетку примењивала за анализу структурне механике, док је последњих деценија пронашла примену и многим другим областима.

Метода коначних запремина је нумеричка метода која је нашла велику примену у области рачунске динамике флуида. Ова метода је слична методи коначних елемената, по томе што се геометрија модела такође дели на мале елементе једноставних облика, који се називају ћелијама. Ова метода се заснива на томе да су многи физички закони, закони одржања. На крају се добија формулација, која се састоји од једначина за одржања флукса дефинисаних по ћелијама.

Опширније се о нумеричким методама може наћи у следећим монографијама: Richtmayer and Morton (1967), Smith (1978), Gear (1971), Stetter (1973), van der Houven (1977), Butcher (1978), Hairer and Wanner (1991), Lambert (1992).

Софтверски пакет *Mathematica* има уграђену функцију *NDSolve* која може нумерички да реши различите ПДЈ-е. Такође, *Mathematica* користи и пакет *MathPDE* који имплементира метод коначних разлика за решавање проблема зависних од времена у ПДЈ. *MathPDE* је у стању да обрађује неправилне просторне домене, а не само

правоугаоне или кубне домене, а такође може произвести самостални извршни фајл, који се покреће независно од целог пакета *Mathematica*, чиме се омогућава преносивост на друге уређаје који не користе пакет *Mathematica*. Треба нагласити да иако MathPDE има својство да се носи са широким спектром ПДЈ проблема, није од користи, барем у свом садашњем облику, за одређене проблеме где се јавља веома специјализована коначна разлика. За овакве случајеве се користе специјализовани софтвери за нумеричко решавање ПДЈ као нпр. Diffpack, ELLPACK, Cogito и COMPOSE.

Поред претходно поменутог пакета *Mathematica*, постоји велики број софтвера, који омогућавају решавање сложених проблема, применом нумеричких метода. Два софтвера која су примењена за анализу проблема у овом докторату су PAK-F и Ansys Fluent, који представља водећи алат за анализу механике флуида. PAK-F је алат развијен на Факултету инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, који омогућава анализу механике флуида са преносом топлоте. Програм се заснива на примени методе коначних елемената и основних једначина струјања вискозног флуида, као што је Навије-Стоксова једначина:

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_j \partial x_j} \right) \quad (4.3.1)$$

где је ρ густина флуида, v_i је брзина флуида у правцу x_i , p је притисак а μ је динамичка вискозност. Сумирање се претпоставља на поновљеним индексима, $i, j = 1, 2, 3$.

PAK-F је коришћен за решавање ЈАД (секција 4.4), као и за анализу струјања ваздуха у доњем респираторном тракту. За разлику од алата PAK-F, Ansys Fluent се заснива на методи коначних запремина и коришћен је за анализу струјања ваздуха и праћење честица у горњем респираторном тракту.

4.4. Решавање ЈАД применом софтверског пакета РАК-F

У алат РАК-F, имплементирана је адвективно дифузна једначина која описује стационарно струјање ваздуха:

$$Qu(z) \frac{\partial C(y, z)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K(y, z) \frac{\partial C(y, z)}{\partial z} \right) \quad (4.4.1)$$

Приликом њеног решавања коришћени су следећи гранични услови:

$$-K(y, z) \frac{\partial C(y, z)}{\partial z} = 0 \quad \text{за } z \rightarrow 0 \quad (4.4.2)$$

$$-K(y, z) \frac{\partial C(y, z)}{\partial z} = 0 \quad \text{за } z \rightarrow h \quad (4.4.3)$$

$$u(z)C(0, z) = Q\delta(z - H_s) \quad (4.4.4)$$

где је:

- h висина атмосферског инверзног слоја,
- Q је извор енергије,
- δ је Диракова делта функција и
- H_s висина извора загађења.

Промена брзине у односу на растојање од површине може се описати као:

$$u(z) = az^m \quad (4.4.5)$$

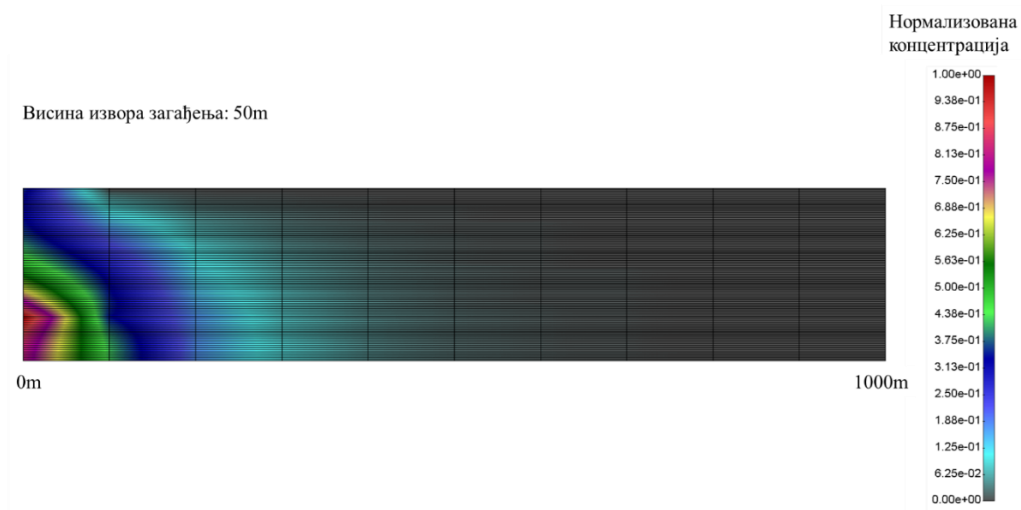
где је m параметар који зависи од стабилности атмосфере.

Коефицијент молекуларне дифузије се није сматрао константном вредношћу, већ је дефинисан као функција удаљености од Земљине површине:

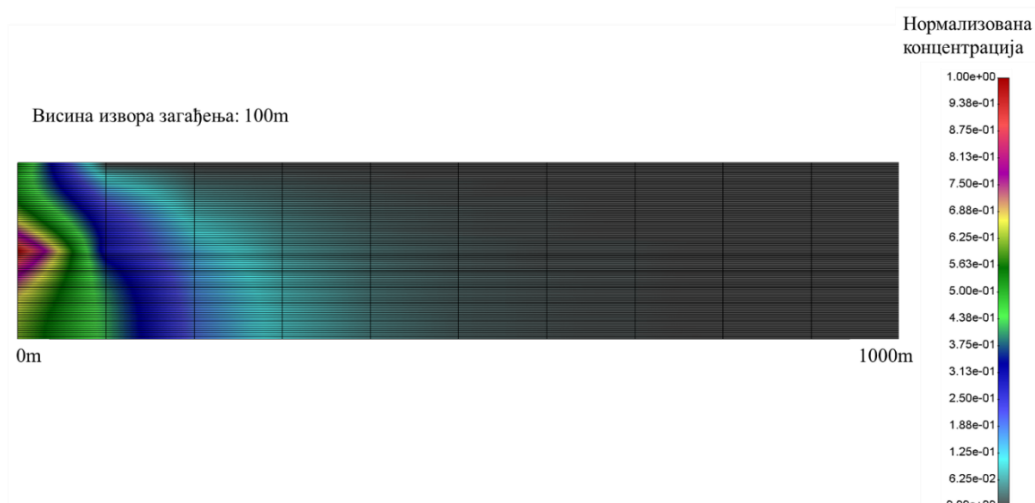
$$K(y, z) = bz^n f(y) \quad (4.4.6)$$

где је $f(y) = 1$.

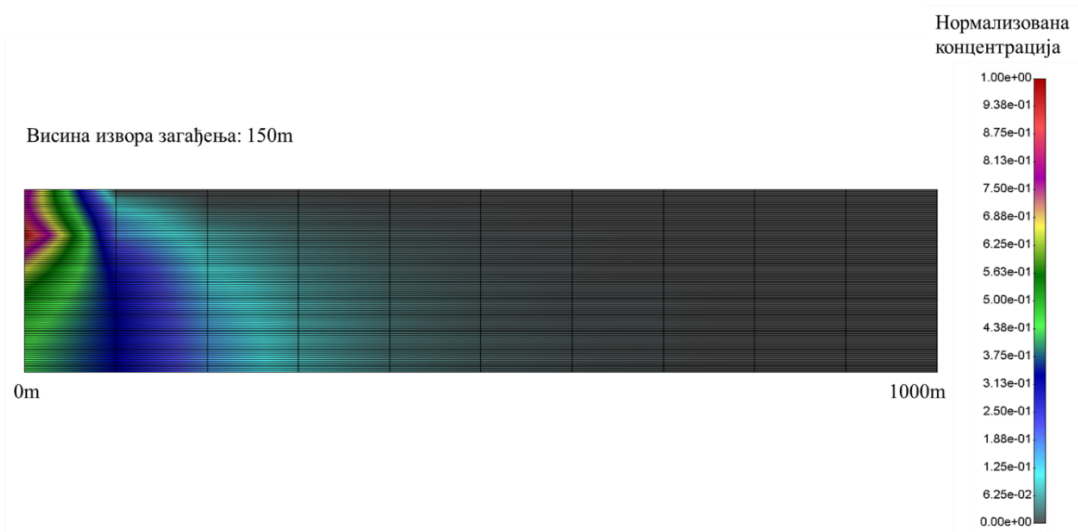
Имплементирана једначина је коришћена за анализу концентрације загађења за тачкасте изворе на различитим висинама. Анализирана је 2D геометрија, димензије 200 m x 5000 m. Геометрија проблема се састоји из 5151 чворова и 5000 елемената. Анализирано је стационарно струјање ваздуха. У наставку биће приказани резултати нумеричког решавања ЈАД за висине 50 m (слика 8), 100 m (слика 9), 150 m (слика 10) и 200 m (слика 11). Анализом резултата примећено је присуство загађења на растојању од око 500 m од извора, па је приказан део геометрије који се налази на растојању до 1000 m од извора. На сликама 8-11 се може приметити да се са већом висином извора загађења смањује домет загађења.



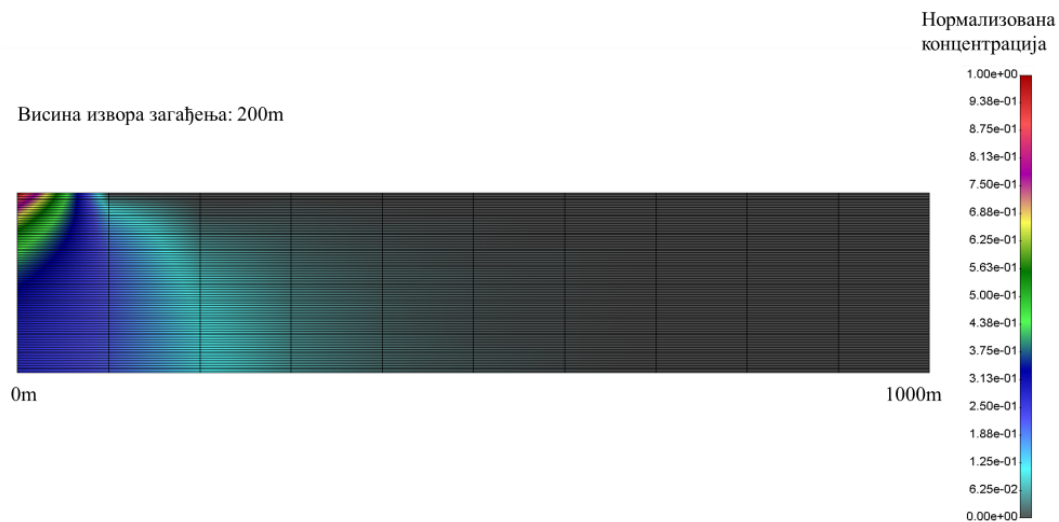
Слика 8. Концентрација загађења за висину извора 50 m



Слика 9. Концентрација загађења за висину извора 100 m



Слика 10. Концентрација загађења за висину извора 150 m



Слика 11. Концентрација загађења за висину извора 200 m

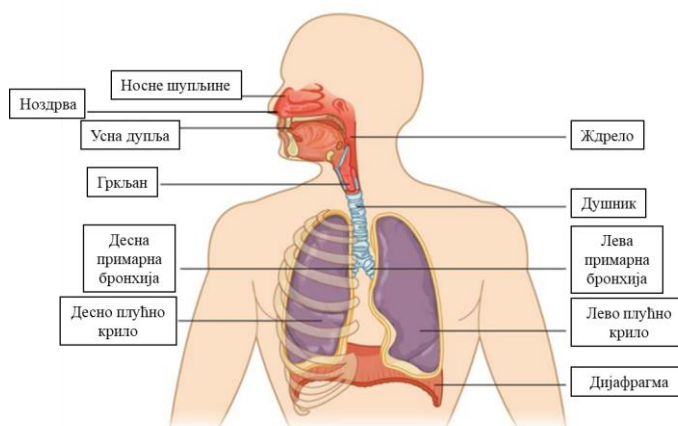
Ако узмемо у обзир чињеницу да је за нас најбитнији ваздух који се налази на висини од 2 m, можемо приметити да се са повећањем висине извора загађења смањује количина загађења на тој висини.

Овај приступ може бити изузетно користан за анализу транспорта загађења, на основу реалних мерења близу различитих извора загађења, као што су индустријски димњаци.

Добијени резултати се могу користити као један од параметара, приликом процене здравствених ризика код људи, у зависности од загађења. Такође, применом ове методологије можемо одредити места са повећаном концентрацијом загађења, током различитих временских услова.

5. РЕСПИРАТОРНИ СИСТЕМ

Улога органа респираторног система (слика 12) је да обезбеде кисеоник ткивима за ћелијско дисање, да уклоне отпадни угљен диоксид и помогну да се одржи кисело-базни баланс.



Слика 12. Главни делови респираторног система⁶

Функционално, респираторни систем се може поделити на две целине (OpenStax College, 2013):

- зона провођења (није директно укључена у размену гасова) и
- респираторна зона у оквиру које се врши размена гасова.

Главне функције зоне провођења су да:

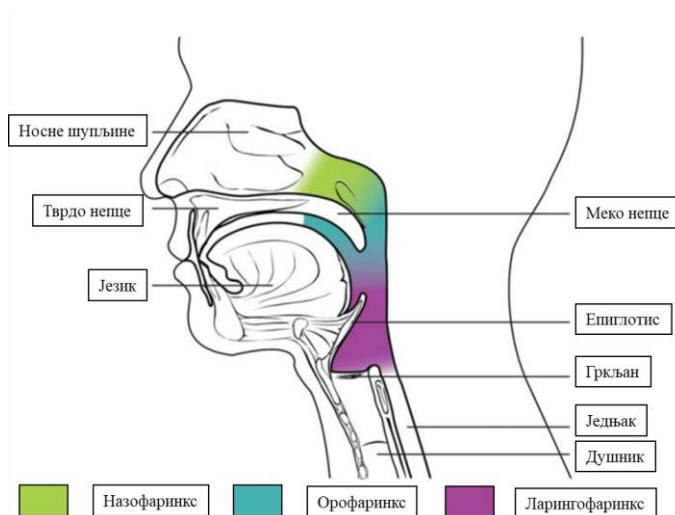
- обезбеде пут за удахнут и издахнут ваздух,
- уклоне патогене из удахнутог ваздуха и
- загреју улазни ваздух.

⁶ <https://openstax.org/books/anatomy-and-physiology/pages/22-1-organs-and-structures-of-the-respiratory-system>, приступљено 05.10.2021 године

Респираторни систем је обложен епителом респираторног типа. Главна улога епитела је да спречи оштећења респираторног систем услед интеракције са спољним окружењем. Бројне респираторне болести се карактеришу променама на површини епитела. Загађивачи ваздуха могу директно или индиректно да интерагују са површином епитела и могу имати различити утицај на епителне ћелије, у зависности од врсте, локације унутар плућа и већ постојеће болести.

Код људи систем органа за дисање се назива респираторни тракт. Тракт је подељен на:

- горњи (слика 13) и
- доњи.



Слика 13. Горњи респираторни тракт⁷

Горњи тракт обухвата:

- нос,
- носне шупљине,
- синусе,

⁷ <https://openstax.org/books/anatomy-and-physiology/pages/22-1-organs-and-structures-of-the-respiratory-system>, приступљено 05.10.2021 године

- ждрело и

- део гркљана изнад гласних жица.

Размена ваздуха се у највећој мери врши кроз нос. Нос и предњи део носних шупљина су обложени слузницом чија је улога спречавање проласка прашине као и других честица. Ваздух излази из носне шупљине и долази до ждрела, које је подељено на три целине: назофаринкс, орофаринкс и ларингофаринкс ждрела. На ждрело се наставља гркљан, који повезује ждрело и душник. Гркљан се састоји из хрскавице и основна улога му је да учествује у стварању гласа и регулисању запремине ваздуха, који улази и излази из плућа. Већина таложења грубих честица током удисања на уста се дешава у гркљану (Emmett, Aitken, & Hannan, 1982).

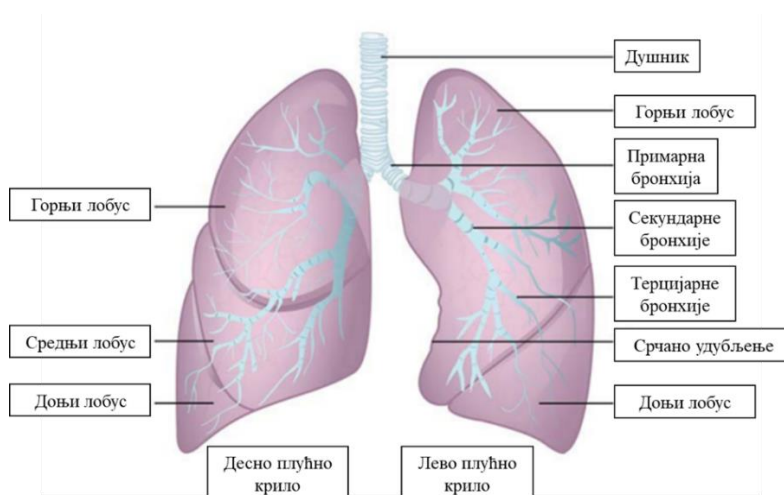
Честице из предњег дела носа се уклањају брисањем, дувањем и кијањем. Остатак носа и ждрела су прекривени слузницама, које се супростављају удахнутим честицама, па се већина честица (осим ултрафиних честица) депонованих на здравој слузници транспортује до задњег дела грла где се гутају. Лоше растворљиве честице, које се таложе у задњим деловима носних пролаза, уклањају се мукоцилијарним транспортом према назофаринксу и гутају се, док се честице наталожене у предњем делу носних пролаза транспортују према носном предворју, где се њихово уклањање врши кијањем, брисањем или дувањем (Andersen, 1982). Чишћење слабо растворљивих честица таложених у оралним пролазима врши се кашљањем и искашљавањем или гутањем у гастроинтестинални тракт.

Механизми и путеви, којима се честица уклања са површине дисајних путева, зависе од региона респираторног тракта у којем се честица таложи. Различити механизми могу се категорисати као:

- физички транспорт честица као што је мукоцилијарни транспорт или

- апсорпционо - растварање материјала или накнадни клиренс у лимфни систем или крвоток.

Плућа се састоје из два плућна крила (слика 14), која садрже и зону провођења и респираторну зону. Плућна крила су преко леве и десне главне бронхије повезани са душником. Десно плућно крило је краће и шире од левог плућа, док лево плућно крило заузима мању запремину од десног. Оба плућна крила се састоје од мањих јединица, које се називају лобуси. Десно плућно крило се састоји из горњег, средњег и доњег лобуса, док се лево плућно крило састоји се из горњег и доњег лобуса.



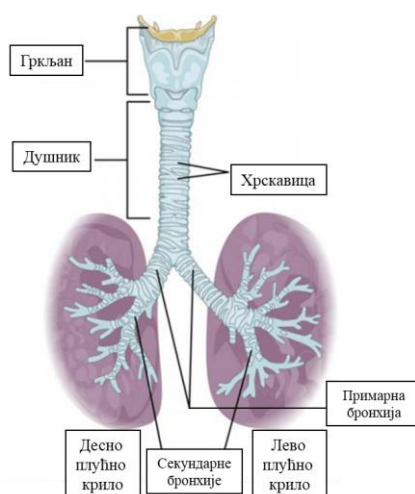
Слика 14. Плућа⁸

Доњи тракт обухвата (слика 15 и слика 16):

- доњи део гркљана,
- душник,
- бронхије,
- бронхиоле и
- алвеоле.

⁸ <https://openstax.org/books/anatomy-and-physiology/pages/22-1-organs-and-structures-of-the-respiratory-system>, приступљено 05.10.2021 године

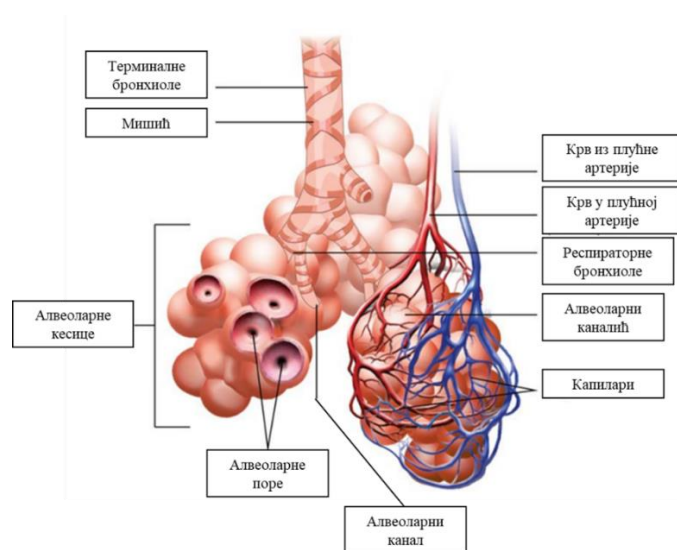
Душник се састоји од 16 до 20 прстења хијалинске хрскавице у облику слова С који су спојени чврстим везивним ткивом и простира се од гркљана до плућа. Са задње стране душника се налази фиброеластична мембрана, која затвара душник и омогућава му да се шири и скупља приликом удисања и издисања. Душник се грана на леву и десну главну бронхију.



Слика 15. Доњи респираторни тракт⁹

Као и душник, бронхије се састоје од прстења хијалинске хрскавице, која одржава структуру бронхија. Главна функција бронхија је да обезбеде пролаз, како би ваздух могао да уђе и изађе из сваког плућног крила. Оне се затим даље гранају и чине бронхијално (респираторно) стабло. Интервали између узастопних места гранања, дуж разних грана „стабла“ се обично називају „генерацијама“ гранања (одрастао човек има око 23). Раније генерације (апроксимативно генерације 0–16) састоје се од душника и бронхија, као и већих бронхиола. Бронхиоле имају пречник око 1 mm, а са даљим рачвањем тај пречник се знатно смањује. Последња генерација бронхиола се назива терминалним бронхиолама и оне су одговорне за транспорт ваздуха до структура у којима се врши размена гасова - алвеоларни канала и алвеоле (апроксимативно генерације 17–23) (OpenStax College, 2013).

⁹ <https://openstax.org/books/anatomy-and-physiology/pages/22-1-organs-and-structures-of-the-respiratory-system>, приступљено 05.10.2021 године



Слика 16. Бронхиоле и алвеоле¹⁰

Алвеола има облик грозда и причвршћена је за алвеоларне канале. Алвеоларна врећица се састоји из великог броја алвеола пречника око 200 μm . Алвеоле имају еластичне зидове који омогућавају ширење током удисаја ваздуха. Ова могућност доводи до знатног повећања површине за размену гаса. Алвеоле и капиларне мембране заједно формирају респираторну мембрану, дебљине око 0.5 mm, која омогућава транспорт гасова процесом дифузије. Иако постоје разлике у димензијама великих дисајних путева, алвеоларне димензије се не разликују између мушкараца и жена (Zeman & Bennett, 1995).

Унутар трахеобронхијалног региона плућа, нерастворљиве честице ће се брже очистити мукоцилијарним клиренсом ако се таложе проксималније (тј. ближе устима) у бронхијалном стаблу (Stahlhofen, Rudolf, & James, 1989). Честице које се таложе у алвеоларном делу респираторног тракта се, углавном, задржавају дуже у односу на честице које се таложе у трахеобронхијалном региону. За све величине честица, алвеоларно таложење се повећава са повећањем дисајног волумена и смањењем протока.

Количина и место таложења честица у респираторном тракту зависи од фактора, који се односе на удахнуте честице, као и на особу која удише честице. Механизми таложења зависе од физичких (величина, облик и густина) и хемијских (хигроскопност и

¹⁰ <https://openstax.org/books/anatomy-and-physiology/pages/22-1-organs-and-structures-of-the-respiratory-system>, приступљено 05.10.2021 године

наелектрисање) карактеристика удахнутих честица. На таложење честица утичу и биолошки фактори, као што су образац дисања (запремина и брзина), пут дисања (уста или носа) и анатомија дисајних путева.

Обрасци дисања варирају између појединаца, док код сваког поједника зависе од промене јачине ваздуха, брзине дисања и пута удисања. Расподела ваздуха који се удише кроз нос и уста мења се у зависности од активности. Нос је ефикаснији филтер од уста, за спречавање продора честица у доњи респираторни тракт. Укупно таложење честица пречника 0,5–3 μm је веће за удисање на нос, у односу на удисање на уста. Показано је да је ефикасност таложења у носу, за fine и грубе честице повећана са (Kesavanathan, Bascom, & Swift, 1998):

- повећаном брзином протока,
- повећаном елиптичношћу димензија ноздрве и
- смањеном минималном површином попречног пресека, измереног акустичном ринометријом, носног пролаза.

Таложење честица у респираторном тракту јавља се првенствено помоћу три механизма: дифузијом, колизијом (ударом) и седиментацијом. Колизија и седиментација зависе од аеродинамичног пречника честице (d_{ae}), што представља величину сфере јединичне густине, која има исту терминалну брзину таложења као и честица од интереса. Колизија се дешава када честица због своје инертности није у стању да прати промену правца протока, на пример, при бифуркацији дисајних путева, када удари у површину дисајних путева. Седиментација се дешава гравитационим таложењем честица на зид дисајних путева. С обзиром да подручја попречног пресека нису увек позната, ефикасност таложења приликом удара сматра се функцијом $d_{ae}^2 Q$ (где је Q проток удаха). Дифузно таложење се дешава када честица Брауновим кретањем доспе на површину дисајних путева. Дифузија или тачније коефицијент дифузије честице D , је функција физичког пречника (d_p) честице. Густина честица не утиче на коефицијент дифузије. Ефикасност дифузног таложења, у делу респираторног тракта, је функција $(Dt)^{0.5}$, где је t време у региону. Комбиновани процеси дифузног и седиментног таложења важни су за честице

у опсегу од 0,1–1 μm . Удар и седиментација преовлађују изнад, а дифузија преовлађује испод овог опсега (Stahlhofen, Rudolf, & James, 1989). До таложења у бронхијама долази пре свега ударом и дифузијом, док се таложење у бронхиолима јавља услед седиментације и дифузије. Седиментација и дифузија се најчешће јављају у мањим дисталним дисајним путевима, где је време боравка дуго, а удаљеност до површине дисајних путева кратка.

Величина честица је један од фундаменталних параметара, који регулишу понашање и таложење честица у плућима. Честице између 0,3 и 0,7 μm у пречнику имају минималну унутрашњу покретљивост, тј. довољно су велике да је њихова дифузна покретљивост минимална, али, ипак, и довољно мале да им је седиментација и удар, такође, минималан (Gebhart, 1992). Као последицу, честице у овом опсегу величине такође имају минимално таложење у плућима. Изнад и испод овог опсега минималног таложења повећава се ефикасност таложења (Stahlhofen, Rudolf, & James, 1989). Расподела величине честица у аеросолу је обично лог-нормална расподела и може се описати преко средњег пречника честица и геометријске стандардне девијације (Hinds, 1999).

У већини студија, таложење честица се мери коришћењем фиксних образаца дисања, што подразумева да сваки испитаник удахне аеросол у истој јачини удаха и брзини дисања. У стварности се обрасци дисања разликују у зависности од старости, расе, пола, активности и здравља дисајних путева (Bennett, Zeman, & Kim, 1996; Brown, Zeman, & Bennett, 2002), па је за процену респираторне дозе код појединца важно знати његов природни образац дисања. Експериментално су одређене вредности регионалних таложења удахнутих честица код човека за нос, уста, трахеобронхијалне дисајне путеве и алвеоларни регион. Таложење у носу и устима је могуће директно измерити, док се таложење у трахеобронхијалним дисајним путевима и алвеоларном региону не може се мерити *in vivo*. Већина доступних података о трахеобронхијалном и алвеоларном таложењу прикупљена је помоћу радиоактивно обележених аеросола. У студијама радиоаеросола, место таложења се обично закључује из задржавања честица током 24-сатне постинхалације, под претпоставком да је клиренс бронхијалних дисајних путева до тада завршен. Овај начин одређивања таложења може бити проблематичан код људи са оболелим плућима, јер чак и када се поклапају обрасци таложења, стопе клиренса

плућа и централних дисајних путева смањују се код оболелих пацијената (Regnis, Zeman, Noone, Knowles, & Bennett, 2000).

Будући да мушкарци и жене имају различите величине дисајних путева и вентилационе параметре, постоје и разлике у укупном и регионалном таложењу честица. За фиксни образац дисања, укупно таложење у плитком региону плућа код одраслих жена је значајно повећано у односу на мушкарце у великом опсегу удисаних величина честица (Bennett, Zeman, & Kim, 1996; Jaques & Kim, 2000). Ово појачано локално таложење ултрафиних и грубих честица приписује се мањој величини горњих дисајних путева, посебно ларинкса. Приликом мерења таложења, коришћењем нормалног обрасца дисања у мировању, показано је веће таложење код жена, у поређењу са мушкарцима што се може приписати нешто већој отпорности дисајних путева код жена (Bennett, Zeman, & Kim, 1996).

Епидемиолошке студије показале су да загађивачи ваздуха могу изазвати или погоршати постојеће плућне болести код људи, као што су хронични бронхитис или хронична опструктивна плућна болест (ХОПБ). Познато је да, акутно излагање NO₂ или озону, при високим концентрацијама (5–10 ppm (енгл. *parts per million*) NO₂ и 0,2–1,0 ppm озона) узрокује некрозу и упале епитела (Barth, Muller, Wagner, & Bittinger, 1995). Такође, показана је и повезаност између изложености честиним загађивачима и повећаног морбидитета астме (Oberdörster, 2000). Ефекти РМ зависе од његовог састава, при чему његово таложење на епителу респираторног система може довести до упала, преосетљивости дисајних путева, оштећења епитела и повећања пропусности епитела.

Болести плућа утичу на уклањање честица. Назални мукоцилијарни клиренс је успорен код особа са хроничним синузитисом (Majima, Sakakura, Matsubara, Murai, & Miyoshi, 1983), алергијским ринитисом (Stanley, Wilson, Greenstone, Mackay, & Cole, 1985), као и код оних са цистичном фиброзом (Rutland & Cole, 1981). Разлика у брзини уклањања честица се разликује од особе до особе и може зависити од фактора, као што су пушење, оштећење плућа удисањем високо отровних аеросола, астма, грип, упала плућа и цистичну фиброзу (Phalen, 2002). Структура дисајних путева као и обрасци дисања код особа са плућном болешћу се знатно разликују од нормалних. Ове промене могу имати веома велики утицај на ефикасност таложења честица. Ово је веома приметно код особа које имају ХОПБ, код којих је током мировања у просеку измерено 2,5 пута већа

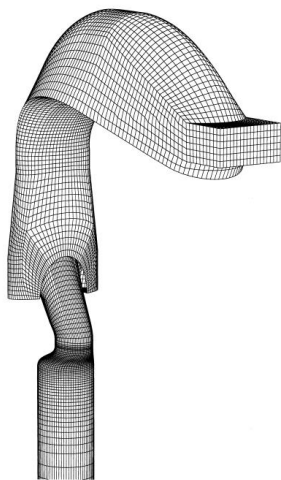
вредност депонованих финих честица ($2 \mu\text{m}$), у односу на здраве људе исте старости. Иако на ово повећање највише утиче сужење дисајних путева, код особа са ХОПБ, део повећања је последица и повећане минутне вентилације током мировања. Анализиране су и фракције таложења честица од $1 \mu\text{m}$ код здравих особа и особа различитих степена опструкције дисајних путева: пушачи, пушачи са малим обољењима дисајних путева, астматичари и пацијенти са ХОБП (Kim & Kang, 1997). Резултати су показали веће таложење код особа са опструкцијом дисајних путева и то 16%, 49%, 59% и 103% веће код пушача, пушача са малим обољењима дисајних путева, астматичара и особа са ХОБП. Повећане фракције таложења код особа са ХОБП и астматичара су примећене и за ултрафине и грубе честице у контролисаним условима дисања (Schiller-Scotland, Gebhart, Hochrainer, & Siekmeier, 1996; Brown, Zeman, & Bennett, 2002).

6. ГЕНЕРИСАЊЕ 3D МОДЕЛА РЕСПИРАТОРНОГ СИСТЕМА

6.1. Преглед постојећих модела

Технолошки напредак претходних деценија омогућио је креирање реалних 3D модела респираторног тракта. Реалистични модели респираторног тракта знатно помажу у процени здравствених ризика.

Прелиминарни параметарски модели горњег респираторног тракта приказани су на сликама 17 (Stapleton, Guentsch, Hoskinson, & Finlay, 2000) и 18 (Matida, Finlay, Lange, & Grgic, 2004).



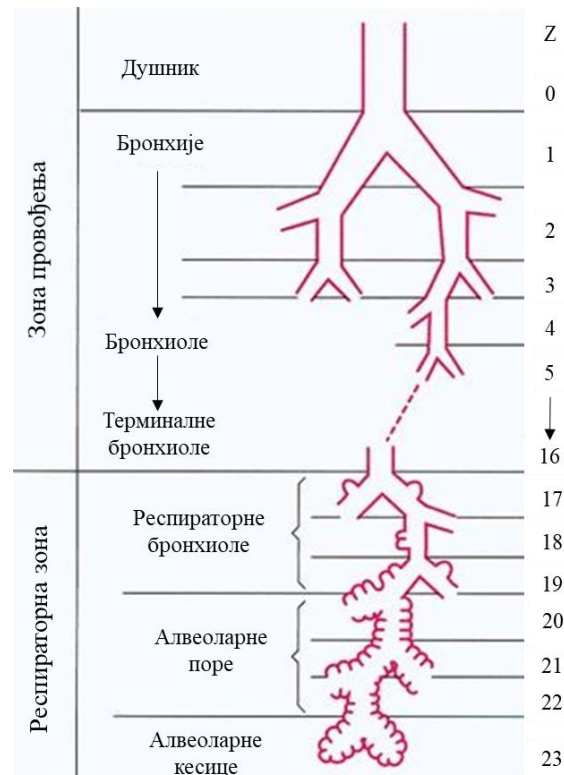
Слика 17. Модел горњег респираторног тракта из 2000. године



Слика 18. Модел горњег респираторног тракта из 2004. године

Ови модели су узимали у обзир најчешће усну дупљу (Jin, Fan, Zeng, & Cen, 2007), док носне шупљине нису моделиране. Временом су модели постајали комплекснији и аутори су почели да укључују и носну шупљину (Wang & Elghobashi, 2014; Kiasadegh, Emdad, Ahmadi, & Abouali, 2020). Развијени модели у последње време укључују и усну дупљу и носну шупљину (Ху, et al., 2017; Nayati, Feng, & Hinsdale, 2021).

Иако доњи респираторни систем има сложено структуру, често се користе поједностављени модели (слика 19), где дисајни путеви започињу душником. Код најједноставнијег модела, душник се симетрично и дихотомно рачва све до 23 генерације (z) дисајних путева. Дисајни путеви припадају трахеобронхијалном региону ($0 \leq z \leq 16$) или плућном региону ($z \geq 17$). Трахеобронхијални регион се састоји од бронхија ($0 \leq z \leq 8$) и бронхиола ($9 \leq z \leq 16$) (Weibel, 1963).

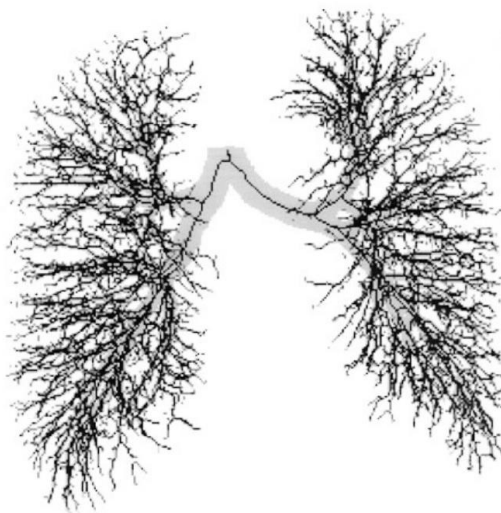


Слика 19. Идеализовани модел плућа (Høiby, 2011)

Овај модел претпоставља да су гранања симетрична, што знатно упрошћава трајање симулација, али утиче и на резултат. У реалности, гранања су веома компликована и зависе од старости, пола као и плућних болести (Islam, et al., 2020). Након модела представљеног на слици 18, многи аутори су развили реалистичније моделе који су узели у обзир асиметрију гранања (Horsfield, Dart, Olson, Filley, & Cumming, 1971; Yeh & Schum, 1980).

Напредак у алгоритмима за сегментацију омогућио је развој реалних анатомских модела. Један од првих реалних је модел приказан на слици 20. Приказани модел је добијен на

основу СТ снимака коришћењем полуаутоматског алгоритма (Sauret, Goatman, Fleming, & Bailey, 1999).



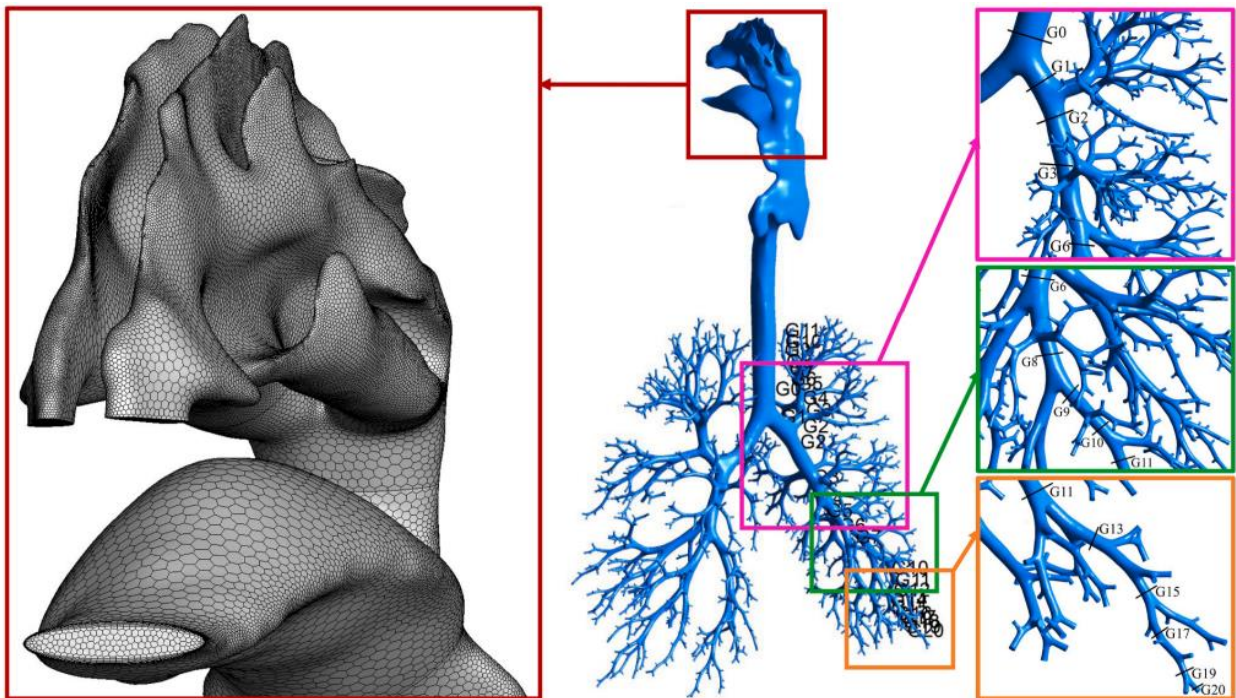
Слика 20. Реални модел плућа (Sauret, Goatman, Fleming, & Bailey, 1999)

У табели 11 дат је преглед развијених модела који укључују првих 8 генерација.

Табела 11. Преглед развијених модела

Генерација	Референца
2	(Rahimi-Gorji, Pourmehran, Gorji-Bandpy, & Gorji, 2015)
5	(Garrity, Segars, Knisley, & Tsui, 2003; Luo & Liu, 2008; Miyawaki, Hoffman, & Lin, 2017)
6	(Lin, Tawhai, McLennan, & Hoffman, 2007; Pourmehran, Gorji, & Gorji-Bandpy, 2016)
7	(Van de Moortele, Wendt, & Coletti, 2018)

Један од најсложенијих модела је приказан на слици 21. Приказани модел развијен је на основу СТ снимака и састоји се из 20 генерација. Овај модел је карактеристичан по томе што садржи и усну дупљу, као и носне шупљине, што га чини потпуним моделом респираторног система (Hayati, Feng, & Hinsdale, 2021).



Слика 21. Реални модел респираторног система

6.2. Процес реконструкције

Процес реконструкције геометрије дела респираторног система састоји се из корака приказаних на слици 21. Моделовање респираторног система подразумевало је креирање запреминског модела горњег и доњег респираторног тракта на основу коришћења 2D аксијалних пресека, добијених компјутеризованом томографијом.

Циљ реконструкције геометрије је креирање реалне анатомске 3D геометрије, на основу снимака пацијента. Да би се то постигло, коришћени су доступни софтверски алати који омогућавају мануелну и аутоматску сегментацију жељених домена са снимака компјутеризоване геометрије, као и додатну оптимизацију генерисаног модела, у циљу креирања квалитетније мреже неопходне за добијање прецизнијих резултата приликом примене нумеричких метода.



Слика 22. Фазе процеса реконструкције

У наставку ће бити описани претходно приказани кораци за оба дела респираторног тракта.

6.3. Аквизиција снимака за реконструкцију 3D геометрије

За потребе дисертације коришћени су доступни снимци пацијената мушког пола. Снимци доњег респираторног тракта припадају пацијенту старости 59 година, док за горњи респираторни тракт овај податак није доступан. Снимци су добијени компјутеризованом томографијом (енгл. *computed tomography*), коришћењем уређаја Siemens SOMATOM Sensation Open¹¹ (горњи респираторни тракт) и GE LightSpeed 16 Slice CT Scanner¹² (доњи респираторни тракт).

Компјутеризована томографија (СТ) представља радиолошку методу снимања. Код овог начина снимања, користи се рендген зрачење (X-зраци), на основу којег се производе попречни снимци жељеног органа. Слагањем снимљених пресека, могуће је реконструирати геометрију снимљеног органа. Коришћени СТ снимци су преузети са

¹¹ <https://www.clinicalimaging.com/product/siemens-sensation-open-ct-scanner/>

¹² <https://mxrimaging.com/GE-LightSpeed-16-CT-Scanner>

сајта Cancer Imaging Archive¹³ који пружа подршку истраживању омогућавањем приступа неопходним снимцима. Иако коришћени снимци припадају особама оболелим од рака, то није имало утицај на креиран модел, јер су делови захваћени раком били мануелно модификовани тако да одговарају ситуацији када је пацијент здрав. Креирана геометрија је поређена и са анатомским атласом, како би се смањила грешка, која би могла настати током мануелне модификације.

6.4. Сегментација снимака и детектовање контура

Тродимензионални модел се креира на основу података, добијених са учитаних снимака кроз сегментацију слика. Од улазних података (снимака) зависиће и крајњи резултат сегментације жељеног органа. Што су бољи снимци, то ће и крајњи модел бити прецизнији а самим тим ће се добити и тачнија решења нумеричких симулација.

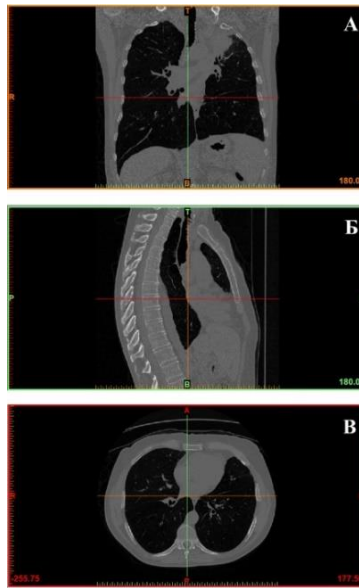
Сет слика у *DICOM* (енг. Digital Imaging and COmmunications in Medicine) формату, добијених са СТ скенера учитава се у софтвер, специјализован за сегментацију снимака, при чему се слике нижу једна за другом. У табели 12 дате су информације о снимцима, који су коришћени за сегментацију горњег и доњег респираторног система.

Табела 12. Информације о коришћеним снимцима

	Горњи респираторни тракт	Доњи респираторни тракт
Број 2D снимака	209	569
Резолуција снимака	512 x 512 пиксела	512 x 512 пиксела
Дебљина снимка	2 mm	1.250 mm
Размак између снимака	2 mm	0.625 mm

Након учитавања слика, врши се подешавање погледа у радном простору. На слици 23 приказан је радни простор са означеним фронталним (А), сагиталним (Б) и трансверзалним (В) пресецима снимака доњег респираторног система.

¹³ <https://www.cancerimagingarchive.net/>



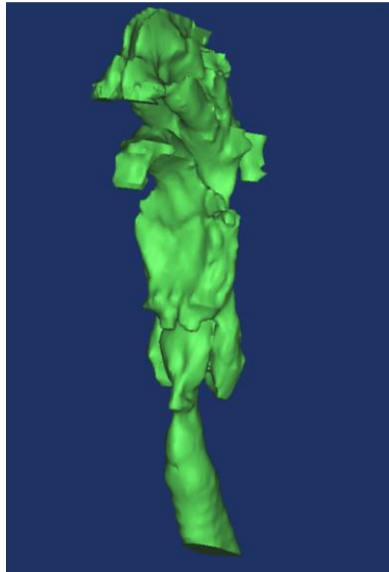
Слика 23. Приказ фронталног (А), сагиталног (Б) и трансверзалног (В) пресека

Процес сегментације започиње креирањем маске, у којој ће бити сачуване информације о контурама органа, неопходне за креирање 3D геометрије. Могућност подешавања видљивости одређеног типа ткива знатно олакшава цео процес сегментације. Најсветлије нијансе (бела боја) су резервисане за чврста ткива, као што је кост. Нијансама сиве боје се приказују мање густа ткива као што су мишићи и плућа, док је најтамнија нијанса (црна боја) резервисана за празан простор.

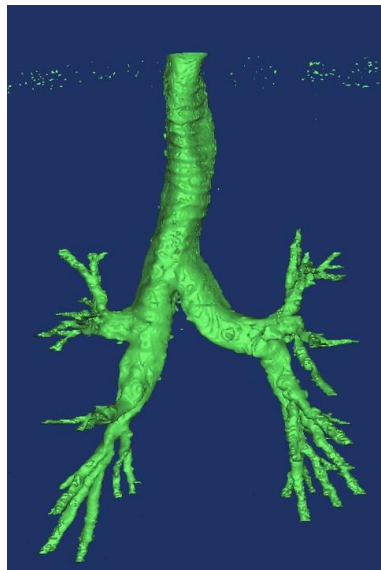
Сегментација горњег и доњег респираторног тракта је рађена помоћу аутоматске и мануелне сегментације. Најпре је дефинисан опсег за жељено ткиво, како би се омогућила аутоматска детекција контуре органа. Након аутоматске сегментације, неопходно је проћи кроз сваки снимак и извршити поправке на местима где алгоритам за аутоматску детекцију није добро означио контуре органа.

6.5. Генерисање и обрада површинске мреже 3D модела

Након издвајања контура респираторног система (горњег и доњег дела) врши се калкулација 3D модела. Ово представља прелиминарни 3D модел који је неопходно додатно обрадити. На слици 24 приказан је прелиминарни модел горњег респираторног тракта, док је на слици 25 приказан модел доњег респираторног тракта.



Слика 24. Прелиминарни 3D модел горњег респираторног тракта

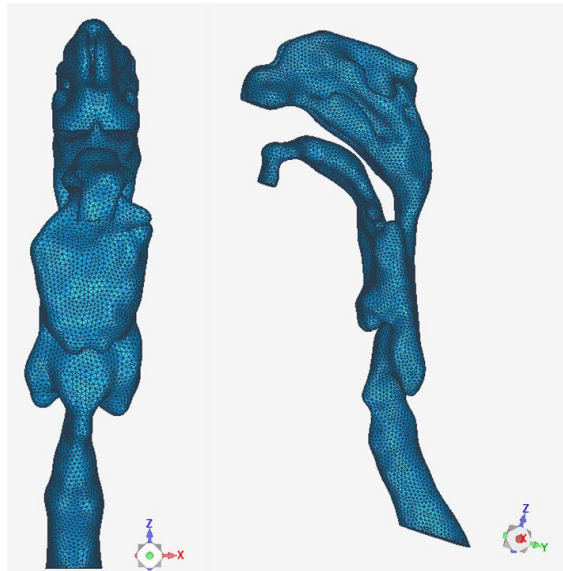


Слика 25. Прелиминарни 3D модел доњег респираторног тракта

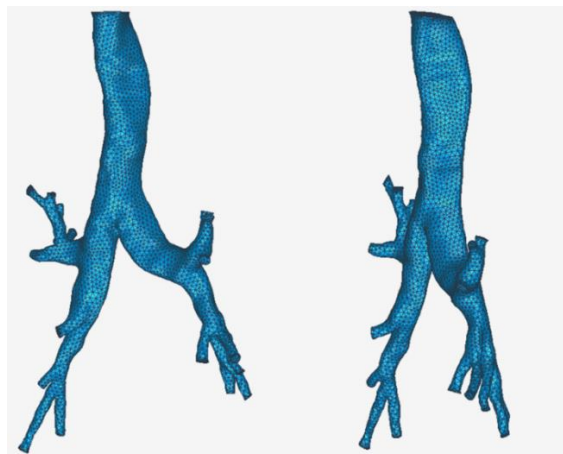
Креирани модели су извезени у STL формату. Излазни фајл садржи информације о површинској мрежи 3D модела. Ова мрежа је прилично груба и потребна је њена обрада.

Циљ обраде прелиминарног 3D модела, тачније његове површинске мреже, је уклањање непотребно сегментисног ткива као и оптимизација мреже за даљу анализу. Површинска

мрежа модела горњег респираторног тракта приказана је на слици 26, док је површинска мрежа доњег респираторног тракта приказана на слици 27. Крајњи резултат овог корака је модел, чија површинска мрежа прати анатомски облик горњег и доњег респираторног тракта, при чему је мрежа релативно глатка.



Слика 26. Површинска мрежа модела горњег респираторног тракта



Слика 27. Површинска мрежа модела доњег респираторног тракта

Након завршетка обраде модел, резултати рада се чувају у STL формату.

6.6. Генерисање запреминске мреже 3D модела

Након завршетка обраде површинске мреже модела, потребно је генерисати запреминску мрежу, тачније испунити тренутни модел елементима у облику тетраедра. Коришћени су 3D линеарни елементи са 4 чвора (Tet4). У табели 13 дате су информације о крајњем броју ћелија за горњи респираторни тракт, односно број елемената за доњи респираторни тракт.

Табела 13. Информације о коришћеним снимцима

	Горњи респираторни тракт	Доњи респираторни тракт
Број ћелија	137186	-
Број елемената	-	123304

За анализу горњег и доњег респираторног коришћења су два алата – ANSYS Fluent и PAK-F. Горњи респираторни тракт је анализиран методом коначних запремина која је имплементирана у ANSYS Fluent, док је доњи респираторни тракт анализиран методом коначних елемената која је имплементирана у алату PAK-F.

7. НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА РЕСПИРАТОРНОГ СИСТЕМА

7.1. Гранични услови

Удахнут и издахнут ваздух мора да прође кроз усну дупљу или носну шупљину. Током захтевних активности или током различитих болести, дисање на уста је ефикасније за транспорт ваздуха до респираторног система. Као што је претходно било описано, за анализу струјања ваздуха у горњем респираторном тракту коришћени су упрошћени, идеализовани, као и модели који су засновани на СТ снимцима.

У зависности од аутора, сматра да је ток ваздуха у горњем респираторном тракту ламинаран (Martonen, Yang, & Xue, 1994; Keyhani, Scherer, & Mozell, 1995; Sarangapani, 2000) или турбулентан (Stapleton, Guentsch, Hoskinson, & Finlay, 2000; Johnstone, Uddin, Pollard, Heenan, & Finlay, 2004; Jayaraju, Brouns, Lacor, Belkassam, & Verbanck, 2008). Истраживања су показала да се турбулентно струјање ваздуха дешава након грла и може се наставити до треће генерације дисајних путева (Zhang & Kleinstreuer, 2004). Такође, пријављено је турбулентно струјање ваздуха у близини усне дупље при протоку 15-45 l/min (Chen, Feng, Zhong, & Kleinstreuer, 2017). На основу литературе, одлучено је да се анализира турбулентно струјање ваздуха у горњем респираторном тракту.

Постоје различити турбулентни модели, који су нашли примену. Најчешће коришћени модели су: симулације крупних вртлога (LES) (Jin, Fan, Zeng, & Cen, 2007; Cui & Gutheil, 2017; Bernate, Geisler, Padhy, Shaqfeh, & Iaccarino, 2017) и усредњене Навије Стоксове једначине (RANS). У оквиру RANS модела, највећу примену су нашли двоједначински турбулентни модели k - ϵ (k -епсилон) (Shih, Liou, Shabbir, Yang, & Zhu, 1995) и k - ω (k -омега) (Xi & Longest, 2007; Xu, et al., 2017) модели. LES модели омогућавају тачније резултате, али захтевају доста ресурса. За разлику од њих, RANS модели турбуленције захтевају мање ресурса. и изабрани су за коришћење приликом симулације струјања ваздуха, у горњем респираторном тракту.

Код k - ω модела решавају се две једначине: једначина кинетичке енергије турбуленције k и једначина специфичне дисипације кинетичке енергије турбуленције ω . Кинетичка енергија турбуленције k се рачуна на следећи начин:

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta_k \rho k \omega \quad (7.1.1)$$

Специфична дисипација кинетичке енергије турбуленције ω се рачуна на следећи начин:

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_k \frac{\omega}{k} P_k - \beta_\omega \rho \omega^2 \quad (7.1.2)$$

где су:

- ρ - густина флуида
- μ - динамичка вискозност
- μ_T - турбулентна динамичка вискозност
- P_k - продукција кинетичке енергије турбуленције

Турбулентна динамичка вискозност μ_T се рачуна као:

$$\mu_T = \alpha^* \frac{k}{\omega} \quad (7.1.3)$$

Продукција кинетичке енергије турбуленције P_k се рачуна као:

$$P_k = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \quad (7.1.4)$$

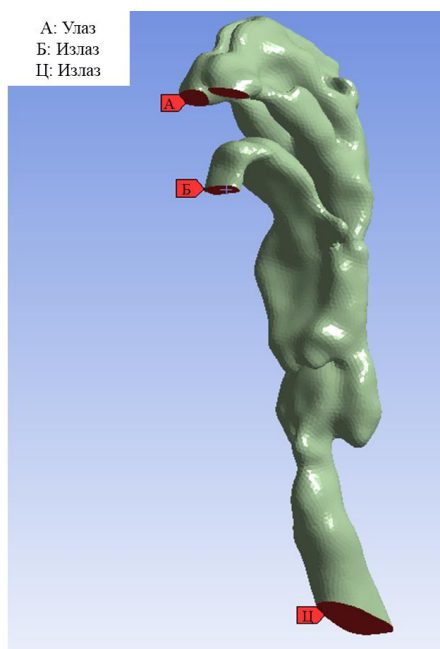
Константе α^* , α_k , β_ω , β_k , σ и σ^* имају следеће вредности:

- $\alpha^* = 1$,
- $\alpha_k = \frac{5}{9}$,
- $\beta_\omega = \frac{3}{40}$
- $\beta_k = \frac{9}{100}$
- $\sigma = \frac{1}{2}$
- $\sigma^* = \frac{1}{2}$

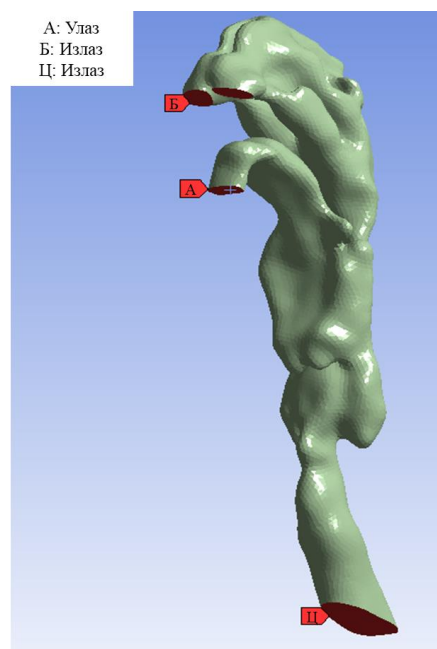
Тачност овог модела турбуленције је унапређена коришћењем мале вредности Рејнолдсовог броја и SST (Shear Stress Transport) (Chen, Feng, Zhong, & Kleinstreuer, 2017). Обе ове корекције су коришћене приликом дефинисања почетних услова за прорачун.

Анализирана су два случаја:

- Случај 1: ваздух се удише на нос (слика 28) и
- Случај 2: ваздух се удише на уста (слика 29).



Слика 28. Случај 1 – улаз и излази



Слика 29. Случај 2 – улаз и излази

У оба случаја, анализиран је проток од 30 l/min, а брзина је дефинисана коришћењем синусоидне функције. Анализиран је удах у трајању од 2,5 s. На излазима је дефинисана вредност притиска од 0 Pa. Померање зидова није анализирано, иако до тога долази приликом дисања. Анализирано је нестационарно струјање ваздуха.

Карактеристике струјања ваздуха у доњем респираторном тракту су веома сложене, због комплексне анатомије. Велики број студија је анализирао карактеристике протока код правилних и симетричних модела плућа (Nowak, Kakade, Annapragada, & V, 2003; Gemci,

Ponyavin, Chen, Chen, & Collins, 2008; Soni & Aliabadi, 2013). Такође, истраживања су показала да на месту бифуркације може доћи до формирања несталног тока (Zhang & Kleinstreuer, 2004).

Анализе реалних модела су показале да су карактеристике струјања знатно сложеније него код упрошћених модела (Lin, Tawhai, McLennan, & Hoffman, 2007; Luo & Liu, 2008). Нумеричким методама показано је да је проценат протока у десном плућном крилу 1.5 пута већи од процента протока у левом плућном крилу (Islam, et al., 2017). Информације овог типа није могуће добити анализама симетричних модела, јер се не узимају у обзир постојеће анатомске разлике, између левог и десног плућног крила.

Један од главних проблема, приликом анализе доњег респираторног тракта, је то што гранични услови нису потпуно дефинисани, па се користе различити приступи за анализу овог проблема (Gemci, Ponyavin, Chen, Chen, & Collins, 2008; Longest, Tian, Walenga, & Hindle, 2012; Islam, Saha, & Young, 2018). Приликом дефинисања граничних услова, веома често се дефинише константан нулти притисак на излазима модела, јер је показано да је овај услов довољно тачан за израчунавање карактеристика струјања ваздуха (Walters & Luke, 2010). Иако долази до растезања дисајних путева приликом дисања, овај процес се веома ретко моделује (Mead-Hunter, King, Larcombe, & Mullins, 2013). Углавном се сматра да су зидови крути. Ово, наравно, има велики утицај на добијене резултате карактеристика струјања ваздуха, али такође има ефекат и на процес таложења честица.

Приликом анализе доњег респираторног тракта, сматрало се да је струјање ваздуха ламинарно. Такође, анализирано је стационарно струјање ваздуха. На улазу је задата брзина, чија је вредност преузета из добијених резултата за горњи респираторни тракт.

Веома сложена анатомска структура горњег респираторног система има веома велику улогу у процесу таложења честица. Разумевање локалног и регионалног таложења аеросола је важно за анализу здравствених ризика, приликом депозиције лекова, али и за анализу аерополутаната. Спроведене су студије, које су анализирале таложење аеросола у горњем респираторном тракту (Stapleton, Guentsch, Hoskinson, & Finlay, 2000; Matida, Finlay, Lange, & Grgic, 2004; Yousefi, et al., 2017; Calmet, et al., 2018). Компаративна студија, за локално таложење у горњем респираторном тракту,

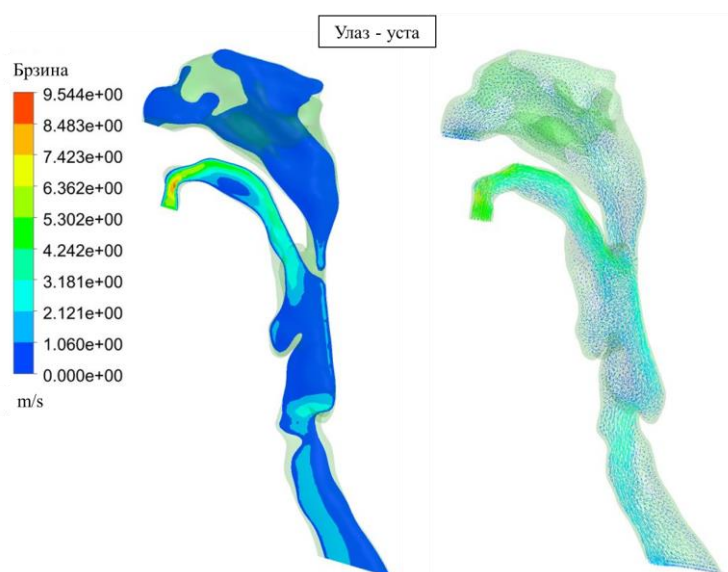
коришћењем различитих модела, као што су модели реалистичне и кружне геометрије, показала је да реални модел пружа најтачније предвиђање локалног таложења (Xi & Longest, 2007). Иако током дисања долази до сударања честица, ова појава се веома ретко анализира код поједностављених модела, док се код реалних модела ова интеракција још увек не анализира (Islam, et al., 2020).

За симулацију честица коришћен је модел дискретне фазе (енгл. *Discrete Phase Model* (DPM)). Честице су убризгане у правцу, који је нормалан на улаз у оба случаја. Разматрана је Розин- Рамлер расподела инертних честица NO_2 и SO_2 . Сматрало се да честице у контакту са зидом остају „заробљене“, док су честице које дођу до било које излазне површине „побегле“. Трајекторије честица су добијене коришћењем сферног нелинеарног закона отпора.

7.2. Резултати за симулацију горњег респираторног тракта

7.2.1 Карактеристике струјања ваздуха

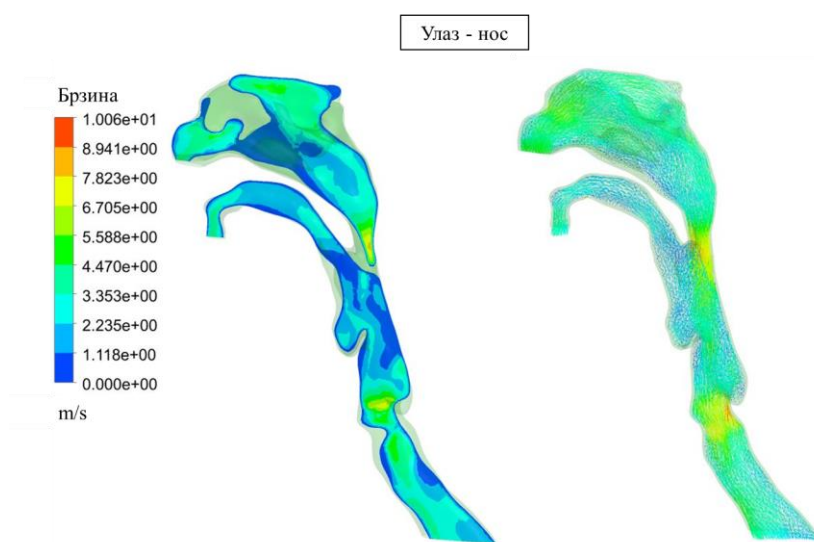
Карактеристике струјања ваздуха су израчунате за фазу инхалације, када особа удише на нос или на уста (Vulović, Lamovec, Jaćimovski, & Filipović). Приказани резултати, у оба случаја, одговарају тренутку када је брзина највиша. Расподела ваздуха брзине када особа удише на уста може се видети на слици 30.



Слика 30. Случај 1 – расподела брзина

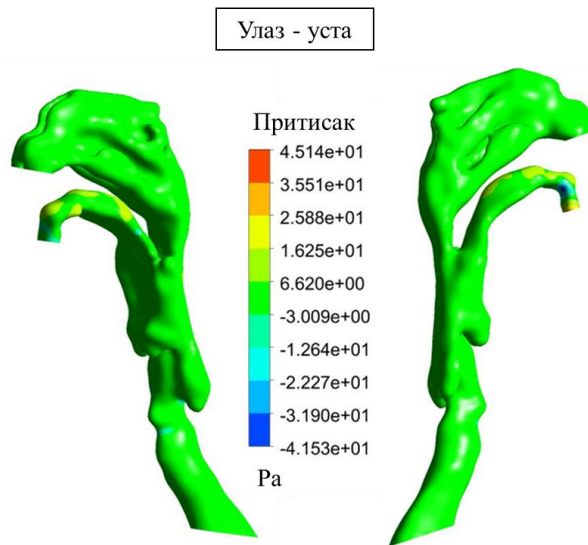
Добијене вредности су биле у опсегу од 0 до 9,5 m/s. С обзиром, да је брзина задата на улазу у уста, добијена брзина од 0 m/s у носној шупљини је очекивана. На основу објављених радова, очекивано је да максималне вредности буду у сегментима ждрела и гркљана (Rahimi-Gorji, Gorji, & Gorji-Bandpy, 2016; Xu, et al., 2017). У овом случају, максимална вредност је добијена у усној дупљи. Један од разлога за ову разлику је облик геометрије усне дупље.

Расподела брзине ваздуха када особа удише на нос може се видети на слици 31. Приликом удисања на нос, добијене брзине су веће него код удисања на уста. Иако су највеће вредности биле у сличном распону, може се приметити да је локација била другачија. У случају удисања кроз нос, највеће вредности добијене су у сегментима ждрела и гркљана, што је у складу са литературом (Feng, Zhao, Chen, & Lin, 2017).



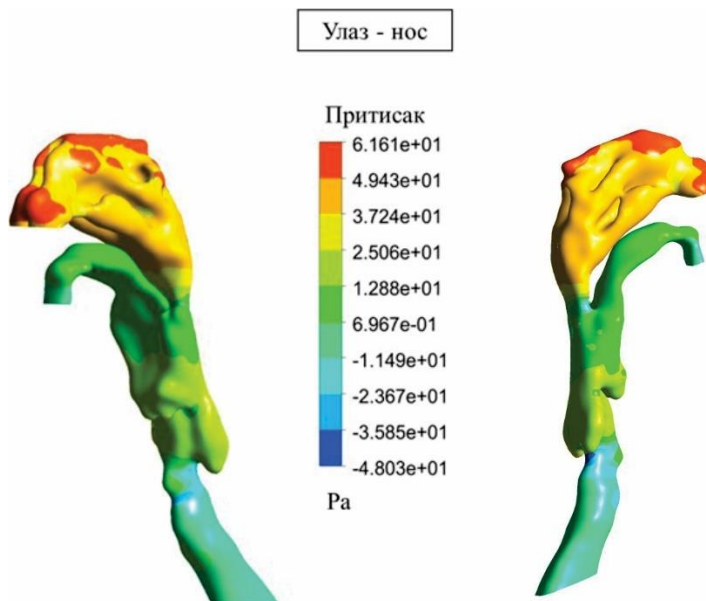
Слика 31. Случај 2 – расподела брзина

Да би транспорт ваздуха, из уста или носа, у доњи респираторни тракт, био могућ, неопходан је градијент притиска (Gemci, Ponyavin, Chen, Chen, & Collins, 2008). Притисак је, такође, веома важан параметар, када се анализира таложење аеросола у респираторном тракту (Chovancová & Elcner, 2014). Расподела притиска за горњи респираторни тракт када особа удише на уста, приказана је на слици 32.



Слика 32. Случај 1 – расподела притисака

Расподела притиска када се ваздух удише на нос приказана је на слици 33.

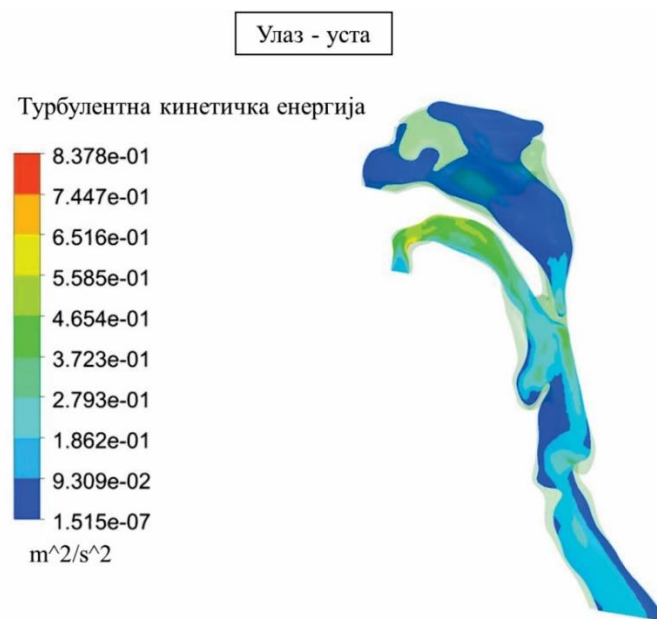


Слика 33. Случај 2 – расподела притисака

Резултати нумеричке симулације, у тренутку када је максимална брзина током циклуса удисања, показали су варијацију притиска од 86 Pa, када се ваздух удише на уста (притисци су у опсегу од -41 до 45 Pa) и 109 Pa (притисци су у опсегу од -48 до 61 Pa), када се удише на нос. Добијена разлика притиска за улаз у нос је упоредива са

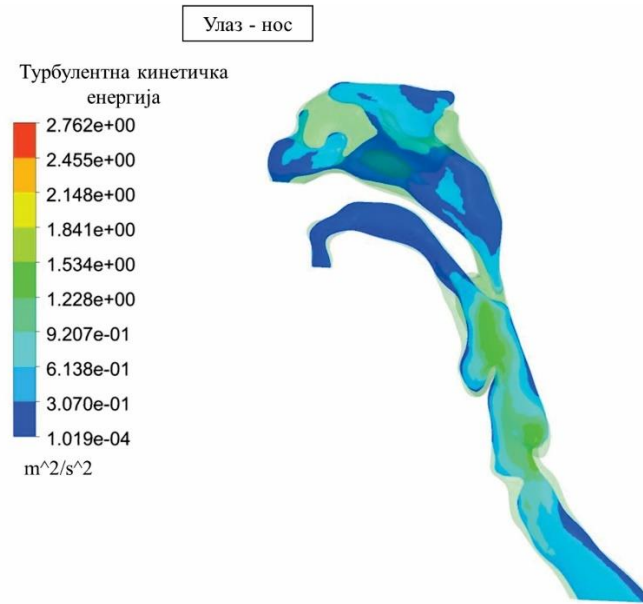
објављеним резултатима (Yu, Wang, Sun, & Liu, 2016). Највећа промена притиска код удисања ваздуха на нос је у носним шупљинама, док је у осталим сегментима веома мала. Код удисања ваздуха на уста, највећа промена је уочена у усној дупљи.

Слике 34 и 35 приказују дистрибуцију турбулентне кинетичке енергије на попречном пресеку горњег респираторног тракта, када се ваздух удише на уста или нос. За први случај (удисање на уста), турбулентна кинетичка енергија се смањује са изласком ваздуха из усне дупље. Највеће вредности турбулентне кинетичке енергије су лоциране у пределу уста и знатно су веће у односу на вредности у носној дупљи. Ово је било очекивано, пошто је анализиран случај када се удише на уста. Добијена максимална вредност се може упоредити са вредношћу добијеном у раду (Guo, et al., 2020), иако је локација другачија због разлике у геометрији улаза.



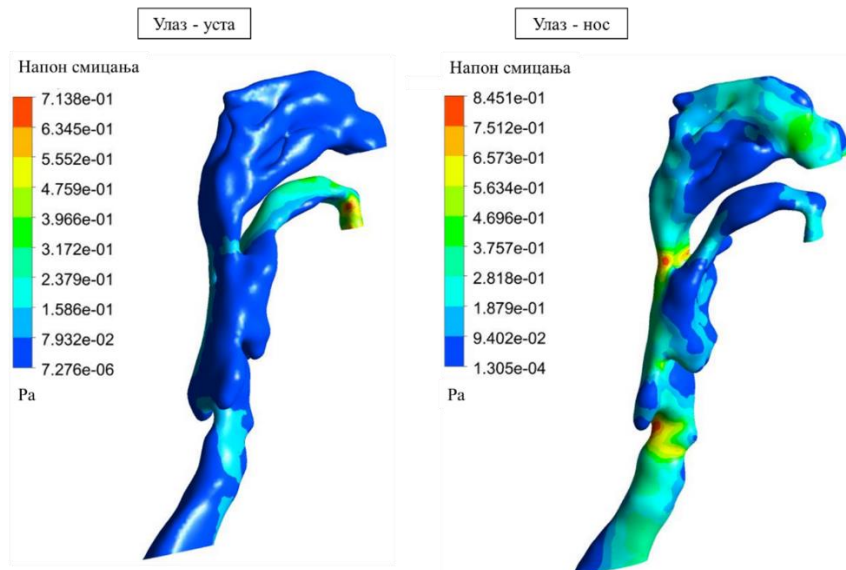
Слика 34. Случај 1 – расподела турбулентне кинетичке енергије

У другом случају, највећа турбулентна кинетичка енергија је израчуната у ждрелу. Поређењем максималних вредности у оба случаја, може се приметити да је приликом удисања на нос вредност три пута већа у односу на случај када се ваздух удише на уста.



Слика 35. Случај 2 – расподела турбулентне кинетичке енергије

Одговарајућа расподела напона смицања може бити корисна за зарастање епителне облоге плућа. Вредности смичућег напона се могу видети на слици 36.



Слика 36. Расподела напона смицања за оба случаја

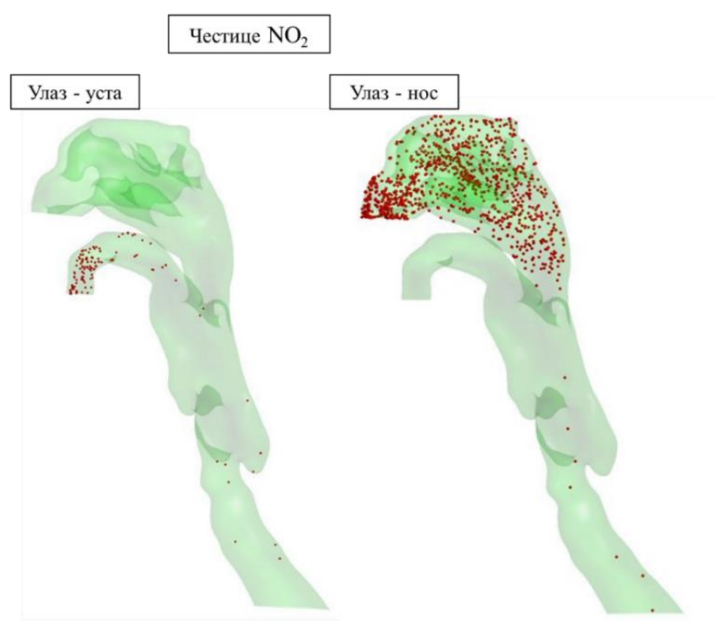
Максималне вредности напона смицања су биле 0,71 Pa, за случај 1 (удисање на уста) и 0,85 Pa, за случај 2 (удисање на нос). У случају удисања ваздуха на уста, највеће

вредности напона смицања су израчунате у оралном делу, док су у случају удисања на нос највеће вредности израчунате у пределу ждрела.

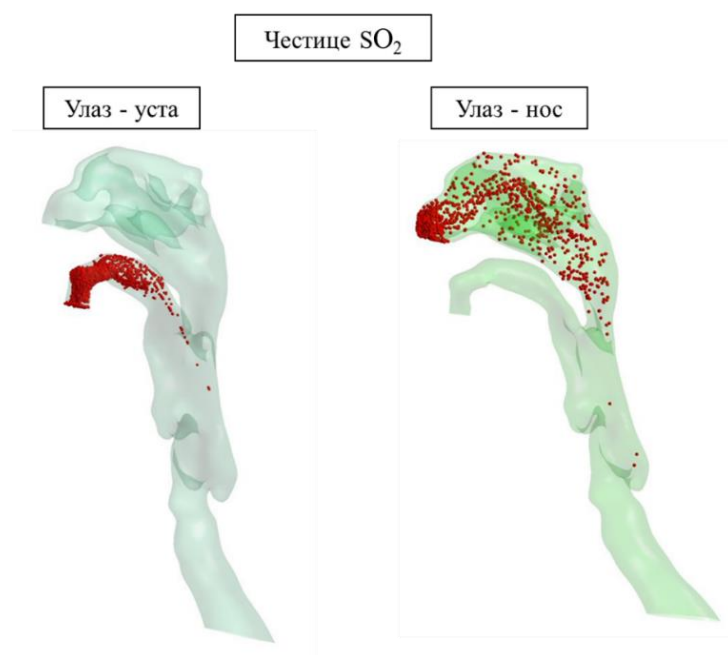
7.2.2 Честице

Карактеристике струјања ваздуха могу пружити информације о потенцијалним локацијама таложења честица. С обзиром да кретање честица зависи од кретања ваздуха, информације о највећим брзинама могу бити корисне за одређивање потенцијалних локација таложења честица.

На сликама 37 и 38, приказана је расподела честице у горњем респираторном тракту када се ваздух удише на нос, односно уста. С обзиром да је узет у обзир само кратак временски период циклуса дисања (0-2,5 s), ови резултати се могу сматрати почетним предвиђањем локације честица у горњим дисајним путевима, током инхалационог дела дисања.



Слика 37. Локација NO_2 честица



Слика 38. Локација SO_2 честица

У табели 14 приказан је проценат депонованих честица, проценат честица које су изашле из модела, као и проценат преосталих честица у моделу. Процент честица које су изашле из модела, укључује и честице које су изашле на улаз (уста/нос) или прошле кроз излаз (улаз у доњи респираторни тракт или нос/уста). Процент честица које нису ни депоноване ни изашле из модела представља честице за које још увек није израчуната потпуна трајекторија.

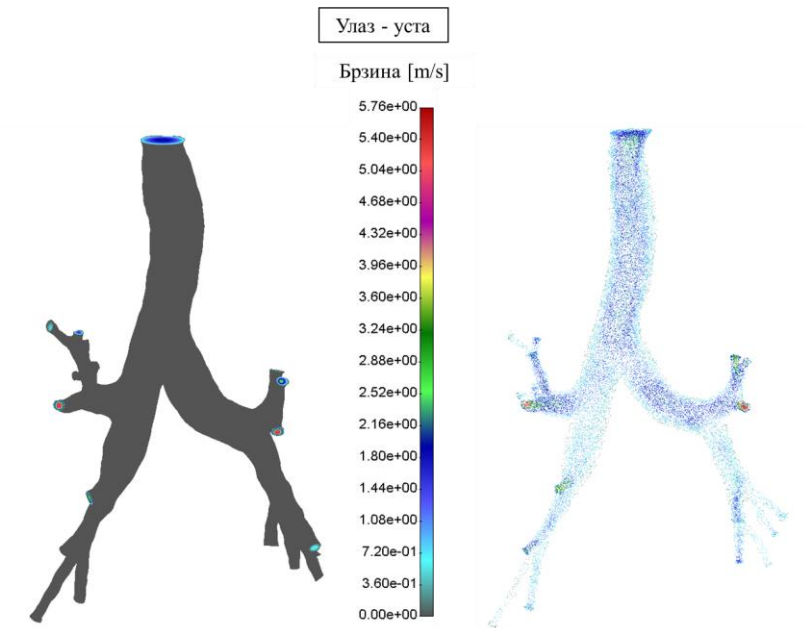
Табела 14. Процент депонованих честица и честица које су изашле из модела

	NO ₂		SO ₂	
	Нос	Уста	Нос	Уста
Процент депонованих честица	29,7 %	22,5 %	37,3 %	26,4 %
Процент честица који је изашао из модела	64,5 %	68,6 %	59,4 %	66,7 %
Процент честица које нису депоноване ни изашле из модела	5,8 %	8,9 %	3,3 %	6,9 %

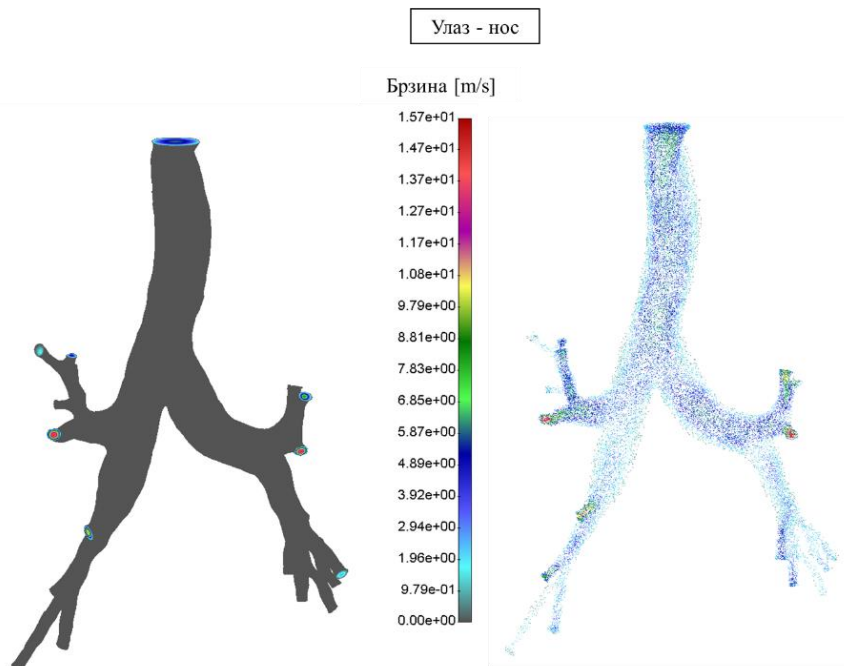
Врста улаза је имала утицај на депозицију честица. Број честица, које се разматрају када је улаз нос, био је двоструко већи од количине честица, када су улаз уста. Разлог за то је била површина оба улаза, јер се носни отвор састојао из два дела, од којих је сваки био сличне површине као и уста. Узимајући то у обзир, удвостручена је количина честица убризганих у нос. На основу добијених резултата, може се приметити да двострука количина честица убризганих у нос није имала превелики утицај на резултате. Један од планова за даље истраживање обухвата креирање нових симулација, које би реалније симулирале циклус дисања.

7.3. Резултати за симулацију доњег респираторног тракта

Карактеристике струјања ваздуха у доњем респираторном тракту су израчунате за фазу инхалације, у тренутку када је брзина највећа. Прелиминарни резултати су приказани у овом делу тезе. Расподела брзине ваздуха у доњем респираторном тракту, када особа удише на уста, приказана је на слици 39. Добијене вредности су биле у опсегу од 0 до 5,7 m/s. Расподела брзине ваздуха, када особа удише на нос, може се видети на слици 40. Приликом удисања на нос, добијене су веће брзине. У овом случају максимална вредност је била 15 m/s. За разлику од анализе горњег респираторног тракта, где постоје разлике у локацији максималне брзине, у зависности од улаза, код доњег респираторног тракта максималне вредности су на истом месту, на крају гране треће генерације. На основу овога, можемо закључити да би највећа таложења честица била на местима највеће брзине.

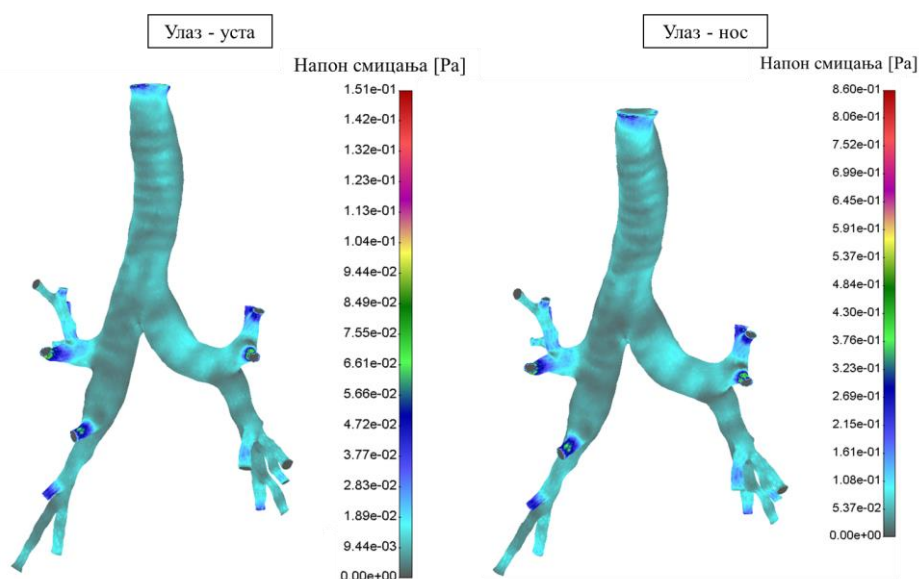


Слика 39. Расподела брзина за случај 1



Слика 40. Расподела брзина за случај 2

Расподеле напона смицања у доњем респираторном тракту приказане су на слици 40.



Слика 41. Расподела напона смицања за случај 1 и 2

Максималне вредности напона смицања су биле 0,151 Pa, за случај 1 (удисање на уста) и 0,86 Pa, за случај 2 (удисање на нос). Као и за брзине, локације максималних вредности су биле на истим местима, што се може приметити на претходној слици.

Честице депоноване у респираторном систему (у горњем и доњем респираторном тракту) могу изазвати здравствене проблеме, као последицу инфламације ткива, у којем је дошло до таложења честица. Инфламација дисајних путева доводи до повећања осетљивости дисајних путева на иритансе, као што су честични загађивачи. Такође, инфламација доводи до оштећења ћелија респираторног тракта и на тај начин угрожава интегритет респираторног система. Удисање честичних загађивача утиче на развој болести респираторног система, услед настанка нових инфламационих процеса у ткиву респираторног система. Често излагање честичним загађивачима доводи до хроничне упале ткива, што смањује дејство одбрамбеног механизма нашег организма и може довести до напредовања инфламаторних респираторних болести, у које спада астма.

8. ЗАКЉУЧАК

Проблем загађења ваздуха представља један од највећих проблема данашњице. Под загађеним ваздухом подразумевамо да се у ваздуху налазе материје, које штете човеку и другим живим бићима. Штетне материје се транспортују ваздухом до удаљених локација, при чему веома често загађују воду и земљиште. Штетне материје, које загађују ваздух, могу настати као последица природних појава и људске активности. Интезитет загађења ваздуха сваким даном постаје све већи, баш као и учесталост болести, које су последица истог. Због тога се јавља потреба за унапређењем процеса контроле и смањења загађења. Еколошка форензика је веома напредовала последњих деценија, упоредо са развојем нове опреме. Овај напредак омогућава боље одређивање ефеката загађења на животну средину и здравље људи. Ово говори о потреби али и значају анализе представљеног проблема, коришћењем нових метода.

У овој тези анализиран је проблем транспорта загађеног ваздуха као и утицај загађења ваздуха на здравље људи. Проблем је анализиран применом аналитичких и нумеричких метода, при чему је нагласак био на нумеричким методама. Коришћене су основне методе истраживања: метода анализе, метода дескрипције, компаративна метода и метода синтезе. Поред основних метода, коришћене су и савремене научно-истраживачке методе: метода компјутерског моделирања за креирање реалних тродимензионалних модела горњег и доњег респираторног тракта, и нумеричке методе, које су подразумевале метод коначних запремина и коначних елемената.

Моделовање загађења ваздуха даје комплетан опис настанка проблема загађења ваздуха, укључујући и анализу узрочно-последичних веза између различитих параметара (броја и распореда извора емисије загађивача, топографије терена у околини извора, метеоролошких услова као што су: правац и брзина ветра, стабилност атмосфере и температурни градијенти, затим физичко-хемијских промена загађивача итд.), као и неке смернице о примени мера за ублажавање последица загађења. Подаци добијени моделовањем дисперзије пружају неопходне информације о утицају загађивача на људско здравље и животну средину.

Нумеричке методе су се користиле за анализу два проблема. Први проблем је обухватао решавање адвективно – дифузне једначине, у циљу бољег разумевања проблема

транспорта штетних материја, од извора загађења до неке удаљење локације. Други проблем је обухватио анализу карактеристика струјања ваздуха и транспорт честица у људском респираторном тракту. Анализирана су два типа честица - NO₂ и SO₂.

Резултати добијени на овај начин се могу користити као улазне информације за нумеричке анализе, у циљу бољег разумевања кретања честица загађења у респираторном систему. Могућност сазнања о количини штетних материја у плућима, у зависности од удаљености од извора загађења, могла би знатно утицати на побољшање квалитета живота људи.

Предност примене нумеричких симулација огледа се у могућности симулације већег броја извора загађења и различитих параметара, који утичу на кретање штетних материја. Могућност предвиђања таложења удахнутих честица омогућава боље разумевање транспорта РМ и пружа могућност за дефинисање бољих стратегија за контролу извора загађења ваздуха. На овај начин смо у могућности да одредимо укупну количину честица које се таложе у респираторном тракту, као и њихову расподелу у одређеним сегментима респираторног тракта. Сазнања, добијена на овај начин, могу наћи велику примену приликом изградње нових постројења, како би се што више умањио њихов штетни ефекат на животну средину.

Будући правци истраживања ће обухватити следеће активности:

- Унапређење реалних анатомских модела респираторног система човека, који су представљени у поглављу 6. Унапређење се односи на побољшање улаза и излаза оба модела, као и на унапређену геометрију доњег респираторног тракта;
- Анализа респираторног тракта у реалнијим условима, као што је потпун циклус дисања који укључује фазу удисања и фазу издисања;
- Унапређење анализе депозиције честица у горњем респираторном тракту, тако да се укључи више једињења. Такође, ово унапређење се односи и на одређивање процента таложења честица у различитим регионима.
- Анализа таложења честица у доњем респираторном тракту, као и одређивање региона, у којима долази до највећег таложења.

Кроз претходна поглавља приказан је приступ анализе аерополутаната на здравље људи, који се заснива на аналитичким и у великој мери на нумеричким методама. Имајући у виду значај нумеричких метода и области у којима су оне нашле примену, може се очекивати да овакав приступ анализе проблема може допринети области еколошке форензике. Област еколошке форензике примењује различите научне методе приликом анализе проблема који су везани за загађење ваздуха. Проблеми који се најчешће анализирају у оквиру ове научне области су: идентификација извора загађења и узрочна анализа како би се утврдиле везе између извора загађења и здравствених проблема. С обзиром да је познато да изложеност загађеном ваздуху утиче на повећање морталитета, очекивано је да представљен приступ пронађе велику примену у блиској будућности. Такође, претпоставка је да резултати анализе ваздуха, у близини тачкастих извора загађења, могу бити повезани са повећањем респираторних проблема као и смртних случајева који настају као последица загађења ваздуха.

9. ПРИЛОЗИ

9.1. Прилог 1. Решење једначине молекуларне дифузије операторским методом

Операторски метод ће бити примењен за израчунавање партикуларног интеграла једначине за нестационарну расподелу концентрације полутаната следећег облика:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - D\Delta C + \vec{v}_{\text{grad}}C + PC = \sum_{j=1}^N Q_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \delta(t - t_j) \quad (9.1.1)$$

где је:

- D - коефицијент молекуларне дифузије,
- $\vec{v}_{\text{grad}}C$ - конвекциони ефекти,
- PC - губитак ($P > 0$) или прираст концентрације полутаната ($P < 0$).

Са десне стране једначине се налази члан, који представља функцију извора примеса тј. спољашње утицаје на систем. Да би се систем операторски решио, уводимо смену:

$$C(\vec{r}, t) = \xi(\vec{r})\psi(\vec{r}, t) \quad (9.1.2)$$

и бирамо да је

$$\xi(\vec{r}) = e^{\frac{\vec{v}\cdot\vec{r}}{2D}} \quad (9.1.3)$$

Тада једначина (9.1.1) постаје

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - D\Delta\psi + \left(P + \frac{v^2}{4D}\right) \psi = e^{-\frac{\vec{v}\cdot\vec{r}}{2D}} \sum_{j=1}^N Q_j \delta(r - r_j) \delta(t - t_j) \quad (9.1.4)$$

Заменом $A = \left(P + \frac{v^2}{4D}\right)$, увођењем оператора $\hat{T}_t = \frac{\partial}{\partial t}$; $\hat{R} = A - D\Delta$, и представљањем Диракове делта функције у интегралном облику

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}_j) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{k} e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_j)} \quad (9.1.5)$$

$$\delta(t - t_j) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^3\omega e^{-i\omega(t-t_j)} \quad (9.1.6)$$

једначина (9.1.4) се може написати као

$$(\hat{T}_t + \hat{R})\psi = \frac{e^{-\frac{\vec{v}\cdot\vec{r}}{2D}}}{(2\pi)^4} \sum_{j=1}^N Q_j \int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{k} d\omega e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_j)-i\omega(t-t_j)} \quad (9.1.7)$$

Применом инверзног оператора $(\hat{T}_t + \hat{R})^{-1}$ добија се:

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \sum_{j=1}^N Q_j \int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{k} d\omega (\hat{T}_t + \hat{R})^{-1} e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_j)-i\omega(t-t_j)-\frac{\vec{v}\cdot\vec{r}}{2D}} \quad (9.1.8)$$

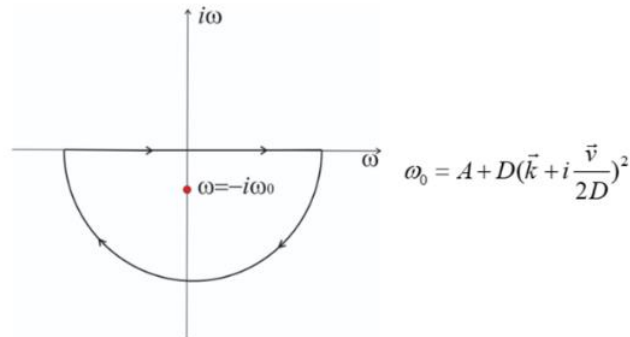
Када се инверзни оператор развије у ред, добија се

$$\begin{aligned} (\hat{T}_t + \hat{R})^{-1} &= [\hat{T}_t (1 + \hat{T}_t^{-1} \hat{R})]^{-1} = (1 + \hat{T}_t^{-1} \hat{R})^{-1} \hat{T}_t^{-1} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \hat{T}_t^{-n-1} \hat{R}^n \end{aligned} \quad (9.1.9)$$

Када се овај развој уврсти у (9.1.8) и оператори делују на функције добија се

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \sum_{j=1}^N Q_j \int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{k} e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_j)} i \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{e^{-i\omega(t-t_j)}}{\omega + i \left[A + D \left(\vec{k} + i \frac{\vec{v}}{2D} \right)^2 \right]} \quad (9.1.10)$$

На слици 42 приказана је полукружна контура ω које фигурише у другом интегралу претходног израза.



Слика 42. Контура обиласка пола подинтегралне функције у комплексној равни

Последњи интеграл се решава теоријом резидуума и износи

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{e^{-i\omega(t-t_j)}}{\omega + i \left[A + D \left(\vec{k} + i \frac{\vec{v}}{2D} \right)^2 \right]} = -2\pi i e^{-[A + D(\vec{k} + i \frac{\vec{v}}{2D})^2](t-t_j)} \quad (9.1.11)$$

Знак - потиче од смера обиласка контуре.

Сада се израз (9.1.10) може написати као

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{j=1}^N Q_j e^{-P(t-t_j)} \int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{k} e^{-D(t-t_j)k^2 + i\vec{\rho}_j \cdot \vec{k}} \quad (9.1.12)$$

где је $\vec{\rho}_j = \vec{r} - \vec{r}_j - (t - t_j)\vec{v}$

Интеграл из израза (9.1.12) се лако решава и добија се:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{k} e^{-D(t-t_j)k^2 + i\vec{\rho}_j \cdot \vec{k}} = \frac{\pi}{D(t-t_j)} e^{-\frac{\rho_j^2}{4D(t-t_j)}} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{D(t-t_j)}} \quad (9.1.13)$$

Одатле је израз за $\psi(\vec{r}, t)$ облика:

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{8\pi^{3/2}} \sum_{j=1}^N Q_j \frac{e^{-P(t-t_j) - \frac{\rho_j^2}{4D(t-t_j)}}}{[D(t-t_j)]^{3/2}} \quad (9.1.14)$$

На овај начин се, коначно, налази израз за концентрацију полутаната у облику:

$$C(\vec{r}, t) = \frac{e^{\frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{2D}}}{8\pi^{3/2}} \sum_{j=1}^N Q_j \frac{e^{-P(t-t_j) - \frac{\rho_j^2}{4D(t-t_j)}}}{[D(t-t_j)]^{3/2}} \quad (9.1.15)$$

9.2. Прилог 2. Решење ЈАД за различите граничне услове, профиле ветра и класе стабилности атмосфере

Приликом решавања ЈАД (Goyal & Kumar, 2011) претпоставиће се следећи облик брзине ветра:

$$u(z) = az^\alpha, \quad a = u(z_r)z_r^{-\alpha} \quad (9.2.1)$$

За z_r се обично узима вредност $z_r = 10$ м, а α зависи само од атмосферске стабилности. Такође, претпоставиће се да облик коефицијента турбуленције k_z зависи само од вредности z . Модификовани облик изгледа на следећи начин:

$$k(x, z) = k_z^*(z)f(x) \quad (9.2.2)$$

$$k_z^*(z) = bz^\beta, \quad b = k_z^*(z_r)z_r^{-\beta} \quad (9.2.3)$$

Параметар β зависи само од атмосферске стабилности. Вредности коефицијената k за осе x , y и z дате су следећим изразима:

$$k_x = \frac{1}{2}u \frac{d\sigma_x^2}{dx}, \quad (9.2.4)$$

$$k_y = \frac{1}{2}v \frac{d\sigma_y^2}{dy} \quad (9.2.5)$$

$$k_z = \frac{1}{2}w \frac{d\sigma_z^2}{dz} \quad (9.2.6)$$

$$k_y(x, z) = \frac{1}{2}u(z) \frac{d\sigma_y^2}{dx} \quad (9.2.7)$$

Концентрација C се рачуна на следећи начин:

$$C(x, y, z) = C_y(x, z) \frac{\exp(-y^2/2\sigma_y^2)}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \quad (9.2.8)$$

Решења ЈАД, за Дирихлеове граничне услове и емитовање полутаната из тачкастог извора, када је функционална зависност коефицијента дифузије од x таква да је $f(x) \neq 0$, $\forall x \in (0, \infty)$, изгледа

$$C(x, y, z) = Q \left[\begin{aligned} & \frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1-\beta)/2} \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{\mu} \left[\gamma_n (z/h)^{\frac{\alpha - \beta + 2}{2}} \right] J_{\mu} \left[\gamma_n (z_s/h)^{\frac{\alpha - \beta + 2}{2}} \right]}{J_{\mu+1}^2(\gamma_n)} \right) \\ & \times \exp \left(- \frac{b(\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{4ah^{\alpha - \beta + 2}} \int_0^x f(s) ds \right) \end{aligned} \right] \quad (9.2.9)$$

где је γ_n решење једначине $J_{\mu}(\gamma_n) = 0$ и $J_{\mu}(\gamma_n)$ Беселова функција првог реда.

За Нојманове граничне услове ЈАД има следеће решење

$$C(x, y, z) = Q \left[\begin{aligned} & \frac{\alpha + 1}{ah^{\alpha+1}} + \frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1-\beta)/2} \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{-\mu} \left[\gamma_n (z/h)^{\frac{\alpha - \beta + 2}{2}} \right] J_{-\mu} \left[\gamma_n (z_s/h)^{\frac{\alpha - \beta + 2}{2}} \right]}{J_{-\mu}^2(\gamma_n)} \right) \\ & \times \exp \left(- \frac{b(\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{4ah^{\alpha - \beta + 2}} \int_0^x f(s) ds \right) \end{aligned} \right] \quad (9.2.10)$$

где се γ_n налази као решење једначине $J_{-\mu+1}(\gamma_n) = 0$

За мешане граничне услове типа I, решење ЈАД је

$$C(x, y, z) = Q \left[\begin{aligned} & \frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1-\beta)/2} \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{-\mu} \left[\gamma_n (z/h)^{\frac{\alpha - \beta + 2}{2}} \right] J_{-\mu} \left[\gamma_n (z_s/h)^{\frac{\alpha - \beta + 2}{2}} \right]}{J_{-\mu+1}^2(\gamma_n)} \right) \\ & \times \exp \left(- \frac{b(\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{4ah^{\alpha - \beta + 2}} \int_0^x f(s) ds \right) \end{aligned} \right] \quad (9.2.11)$$

где се γ_n налази као решење једначине $J_{-\mu}(\gamma_n) = 0$.

За мешане граничне услове типа II решење ЈАД је

$$C(x, y, z) = Q \left[\frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1 - \beta)/2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{\mu} \left[\gamma_n (z/h)^{\frac{\alpha - \beta + 2}{2}} \right] J_{\mu} \left[\gamma_n (z_s/h)^{\frac{\alpha - \beta + 2}{2}} \right]}{J_{\mu}^2(\gamma_n)} \right) \times \exp \left(- \frac{b(\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{4ah^{\alpha - \beta + 2}} \int_0^x f(s) ds \right) \right] \quad (9.2.12)$$

где се γ_n налази као решење једначине $J_{\mu-1}(\gamma_n) = 0$

У случају да имамо тачкасти извор полутаната и функционалну зависност коефицијента дифузије по x облика $f(x) = \gamma \bar{U}x$, за различите граничне услове решења ЈАД су приказана у једначинама (9.2.13 - 9.2.16).

Дирихлеов гранични услов:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \left[\frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1 - \beta)/2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{\mu} \left[\gamma_n (z/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2} \right] J_{\mu} \left[\gamma_n (z_s/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2} \right]}{J_{\mu+1}^2(\gamma_n)} \times \exp \left(- \frac{b\gamma \bar{U} (x - x_s)^2 b(\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{8ah^{\alpha - \beta + 2}} \int_0^x f(s) ds \right) \right) \right] \times \exp \left[- \frac{(y - y_s)^2}{2\sigma_y^2} \right] \quad (9.2.13)$$

где је $\mu = (1 - \beta)/(\alpha - \beta + 2)$, а γ_n се налази као решење једначине $J_{\mu}(\gamma_n) = 0$.

Нојмановов гранични услов:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \left[\frac{\alpha + 1}{ah^{\alpha + 1}} + \frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1 - \beta)/2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{-\mu} \left[\gamma_n (z/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2} \right] J_{-\mu} \left[\gamma_n (z_s/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2} \right]}{J_{-\mu}^2(\gamma_n)} \times \exp \left(- \frac{b\gamma \bar{U} (x - x_s)^2 b(\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{8ah^{\alpha - \beta + 2}} \int_0^x f(s) ds \right) \right) \right] \times \exp \left[- \frac{(y - y_s)^2}{2\sigma_y^2} \right] \quad (9.2.14)$$

где је $\mu = (1 - \beta)/(\alpha - \beta + 2)$, а γ_n се налази као решење једначине $J_{-\mu+1}(\gamma_n) = 0$.

Мешовити гранични услови типа I:

$$\begin{aligned}
 & C(x, y, z) \\
 &= \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \left[\frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha-\beta+2}} (zz_s)^{(1-\beta)/2} \times \right. \\
 & \quad \left. \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{-\mu}[\gamma_n(z/h)^{(\alpha-\beta+2)/2}] J_{-\mu}[\gamma_n(z_s/h)^{(\alpha-\beta+2)/2}]}{J_{-\mu+1}^2(\gamma_n)} \times \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \times \exp\left(-\frac{b\gamma_n \bar{U}(x-x_s)^2 b(\alpha-\beta+2)^2 \gamma_n^2}{8ah^{\alpha-\beta+2}} \int_0^x f(s) ds\right) \right) \right] \\
 & \times \exp\left[-\frac{(y-y_s)^2}{2\sigma_y^2}\right]
 \end{aligned} \tag{9.2.15}$$

где је $\mu = (1 - \beta)/(\alpha - \beta + 2)$, а γ_n се налази као решење једначине $J_{-\mu}(\gamma_n) = 0$.

Мешовити гранични услови типа II:

$$\begin{aligned}
 & C(x, y, z) \\
 &= \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \left[\frac{\alpha + 1}{ah^{\alpha+1}} + \frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha-\beta+2}} (zz_s)^{(1-\beta)/2} \times \right. \\
 & \quad \left. \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{\mu}[\gamma_n(z/h)^{(\alpha-\beta+2)/2}] J_{\mu}[\gamma_n(z_s/h)^{(\alpha-\beta+2)/2}]}{J_{\mu}^2(\gamma_n)} \times \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \times \exp\left(-\frac{b\gamma_n \bar{U}(x-x_s)^2 b(\alpha-\beta+2)^2 \gamma_n^2}{8ah^{\alpha-\beta+2}} \int_0^x f(s) ds\right) \right) \right] \\
 & \times \exp\left[-\frac{(y-y_s)^2}{2\sigma_y^2}\right]
 \end{aligned} \tag{9.2.16}$$

где је $\mu = (1 - \beta)/(\alpha - \beta + 2)$, а γ_n се налази као решење једначине $J_{\mu-1}(\gamma_n) = 0$.

Партикуларна решења за овај случај када је $k_z(x, z) = bz^{\beta} f(x)$ и $f(x) = 1$ добили су раније Лин и Хилдеман (1996). Слично овоме, аутори Шаран и Модани (2006) су пронашли решења за дводимензиону концентрацију $C(x, z)$ када је $k_z(x, z) = f(x) = k(x)$, за $\beta=0$ и $b = 1$.

Решење за случај линијског извора се може наћи, када се интегрише решење за тачкасти извор, по y_s од y_1 до y_2 са снагом по јединици дужине Q_l .

Решење за Дирихлеове граничне услове изгледа

$$C(x, y, z) = \frac{Q_l}{2} \left[\frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1 - \beta)/2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{\mu}[\gamma_n(z/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2}] J_{\mu}[\gamma_n(z_s/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2}]}{J_{\mu+1}^2(\gamma_n)} \times \exp\left(-\frac{b\gamma \bar{U}(x - x_s)^2 b(\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{8ah^{\alpha - \beta + 2}}\right) \right) \right] \times \left[\operatorname{erf}\left(\frac{(y - y_1)^2}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{(y - y_2)^2}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) \right] \quad (9.2.17)$$

где је $\mu = (1 - \beta)/(\alpha - \beta + 2)$, а γ_n се налази као решење једначине $J_{\mu}(\gamma_n) = 0$.

Решење за Нојманове граничне услове изгледа

$$C(x, y, z) = \frac{Q_l}{2} \left[\frac{\alpha + 1}{ah^{\alpha + 1}} + \frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1 - \beta)/2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{-\mu}[\gamma_n(z/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2}] J_{-\mu}[\gamma_n(z_s/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2}]}{J_{-\mu}^2(\gamma_n)} \times \exp\left(-\frac{b\gamma \bar{U}(x - x_s)^2 b(\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{8ah^{\alpha - \beta + 2}}\right) \right) \right] \times \left[\operatorname{erf}\left(\frac{(y - y_1)^2}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{(y - y_2)^2}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) \right] \quad (9.2.18)$$

где је $\mu = (1 - \beta)/(\alpha - \beta + 2)$, а γ_n се налази као решење једначине $J_{-\mu+1}(\gamma_n) = 0$.

Решење за мешовите граничне услове I типа изгледа

$$C(x, y, z) = \frac{Q_l}{2} \left[\frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1 - \beta)/2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{-\mu}[\gamma_n(z/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2}] J_{-\mu}[\gamma_n(z_s/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2}]}{J_{-\mu+1}^2(\gamma_n)} \times \exp\left(-\frac{b\gamma \bar{U}(x - x_s)^2 (\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{8ah^{\alpha - \beta + 2}}\right) \right) \right] \times \left[\operatorname{erf}\left(\frac{(y - y_1)^2}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{(y - y_2)^2}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) \right] \quad (9.2.19)$$

где је $\mu = (1 - \beta)/(\alpha - \beta + 2)$, а γ_n се налази као решење једначине $J_{-\mu+1}(\gamma_n) = 0$.

Решење за мешовите граничне услове II типа изгледа

$$C(x, y, z) = \frac{Q_l}{2} \left[\frac{\alpha - \beta + 2}{ah^{\alpha - \beta + 2}} (zz_s)^{(1 - \beta)/2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{\mu}[\gamma_n(z/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2}] J_{\mu}[\gamma_n(z_s/h)^{(\alpha - \beta + 2)/2}]}{J_{\mu}^2(\gamma_n)} \times \exp\left(-\frac{b\gamma \bar{U}(x - x_s)^2 (\alpha - \beta + 2)^2 \gamma_n^2}{8ah^{\alpha - \beta + 2}}\right) \right) \times \left[\operatorname{erf}\left(\frac{(y - y_1)^2}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{(y - y_2)^2}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) \right] \right] \quad (9.2.20)$$

где је $\mu = (1 - \beta)/(\alpha - \beta + 2)$, а γ_n се налази као решење једначине $J_{\mu+1}(\gamma_n) = 0$.

Функција грешке је дефинисана као $\operatorname{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-t^2} dt$.

Решење за линијски извор бесконачне дужине се добија интеграцијом решења за тачкасти извор по y_s од $-\infty$ до $+\infty$ и разликује се од решења за линијски извор коначне дужине, због тога што је

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-(y - y_s)^2/2\sigma_y^2)}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} dy_s = 1 \quad (9.2.21)$$

10. РЕФЕРЕНЦЕ

- Кошляков, Н., Глинер, Э. Б., & Смирнов, М. М. (1970). *Уравнения в частных производных математической физики*. Москва: Высшая школа.
- Adomian, G. (1992). Mathematical and Computer Modelling. *A review of the decomposition method and some recent results for nonlinear equation*, 13(7), 17-43.
- Adomian, G. (1994). *Solving Frontier Problems of Physics: The Decomposition Method*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Agarwal, M., Verma, V. S., & Srivastava, S. (2008). An analytical approach to the problem of dispersion of an air pollutant with variable wind velocity. *Journal of National Academy of Mathematics*, 22, 51-62.
- Andersen, I. (1982). The fate and effects of inhaled materials. In D. F. Proctor, & I. Anderson, *The nose: Upper airway physiology and the atmospheric environment* (pp. 423-455). New York.
- Barth, P. J., Muller, B., Wagner, U., & Bittinger, A. (1995). Quantitative analysis of parenchymal and vascular alterations in NO₂-induced lung injury in rats. *European Respiratory Journal*, 8(7), 1115-1121.
- Bell, M. L., Samet, J. M., & Dominici, F. (2004). Time-series studies of particulate matter. *Annual Review of Public Health*, 25, 247-280.
- Bennett, W. D., Zeman, K. L., & Kim, C. (1996). Variability of fine particle deposition in healthy adults: effect of age and gender. *American journal of respiratory and critical care medicine*, 153(5), 1641-1647.
- Bernate, J. A., Geisler, T. S., Padhy, S., Shaqfeh, E. S., & Iaccarino, G. (2017). Study of the flow unsteadiness in the human airway using large eddy simulation. *Physical Review Fluids*, 2(8), 083101.
- Binkova, B., Lewtas, J., Míšková, I., Leníček, J., & Šrám, R. (1995). DNA adducts and personal air monitoring of carcinogenic polycyclic aromatic hydrocarbons in an environmentally exposed population. *Carcinogenesis*, 16(5), 1037-1046.

- Briggs, G. A. (1973). Diffusion estimation for small emissions. *Atmospheric turbulence and diffusion laboratory*, 965, 83-145.
- Brown, J. S., Zeman, K. L., & Bennett, W. D. (2002). Ultrafine particle deposition and clearance in the healthy and obstructed lung. *American journal of respiratory and critical care medicine*, 166(9), 1240-1247.
- Buske, D., Vilhena, M. T., Moreira, D. M., & Tirabassi, T. (2007). An analytical solution of the advection-diffusion equation considering non-local turbulence closure. *Environmental Fluid Mechanics*, 7(1), 43-54.
- Butcher, J. C. (1978). *The numerical analysis of ordinary differential equations: Runge-Kutta and general linear methods*. New York: Wiley and Sons.
- Calmet, H., Kleinstreuer, C., Houzeaux, G., Kolanjiyil, A. V., Lehmkuhl, O., Olivares, E., & Vázquez, M. (2018). Subject-variability effects on micron particle deposition in human nasal cavities. *Journal of Aerosol Science*, 115, 12-28.
- Cassol, M., Wortmann, S., & Rizza, U. (2009). Analytic modeling of two-dimensional transient atmospheric pollutant dispersion by double GITT and Laplace Transform techniques. *Environmental Modelling & Software*, 24(1), 144-151.
- Chen, X., Feng, Y., Zhong, W., & Kleinstreuer, C. (2017). Numerical investigation of the interaction, transport and deposition of multicomponent droplets in a simple mouth-throat model. *Journal of aerosol science*, 105, 108-127.
- Chovancová, M., & Elcner, J. (2014). The pressure gradient in the human respiratory tract. *EPJ Web of Conferences*. 67, pp. 02047. EDP Sciences.
- Costa, C. P., Vilhena, M. T., Moreira, D. M., & Tirabassi, T. (2006). Semi-analytical solution of the steady three-dimensional advection-diffusion equation in the planetary boundary layer. *Atmospheric Environment*, 40(29), 5659-5669.
- Cui, X., & Gutheil, E. (2017). Three-dimensional unsteady large eddy simulation of the vortex structures and the mono-disperse particle dispersion in the idealized human upper respiratory system. *Journal of Aerosol Science*, 114, 195-208.

- Dejmek, J., Selevan, S. G., Benes, I., Solanský, I., & Srám, R. J. (1999). Fetal growth and maternal exposure to particulate matter during pregnancy. *Environmental health perspectives*, 107(6), 475-480.
- Delémont, O., & Martin, J. C. (2007). Application of Computational Fluid Dynamics modelling in the process of forensic fire investigation: Problems and solutions. *Forensic science international*, 167(2-3), 127-135.
- Demuth, C., Berger, A., Jacquart, Y., & Legros, C. (1978). Analytical Modeling of Pollutant Dispersion During Calm Wind Situations. *Studies in Environmental Science*, 1, 167-173.
- Donaldson, K., Brown, D., Clouter, A., Duffin, R., MacNee, W., Renwick, L., Tran, L., & Stone, V. (2002). The pulmonary toxicology of ultrafine particles. *Journal of aerosol medicine*, 15(2), 213-220.
- Emmett, P. C., Aitken, R. J., & Hannan, W. J. (1982). Measurements of the total and regional deposition of inhaled particles in the human respiratory tract. *Journal of Aerosol Science*, 13(6), 549-560.
- Ermak, D. L. (1977). An analytical model for air pollutant transport and deposition from a point source. *Atmospheric Environment*, 11(3), 231-237.
- Essa, K. S., El-Wahab, M. M., ELsman, H. M., & Soliman, A. S. (2014). The Mathematical Modeling of the Atmospheric Diffusion Equation. *International of Current Research and Academic Review*, 2(5).
- Feng, Y., Zhao, J., Chen, X., & Lin, J. (2017). An in silico subject-variability study of upper airway morphological influence on the airflow regime in a tracheobronchial tree. *Bioengineering*, 4(4), 90.
- Foster, W. M. (1999). Deposition and clearance of inhaled particles. In H. S. Holgate, J. M. Samet, H. S. Koren, & R. L. Maynard, *Air pollution and health* (pp. 295-324). London: Academic Press.
- Foster, W. M., & Costa, D. L. (2005). *Air pollutants and the respiratory tract*. CRC Press.

- Garrity, J. M., Segars, W. P., Knisley, S. B., & Tsui, B. M. (2003). Development of a dynamic model for the lung lobes and airway tree in the NCAT phantom. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 50(3), 378-383.
- Gear, C. W. (1971). *Numerical initial value problem for ordinary differential equations*. New York: Printice-Hall, Englewood Cliffs.
- Gebhart, J. (1992). To the relevant diameter of aerosol particles in the 0.1 to 1 μM transition range. *Journal of Aerosol Science*, 23, 305-308.
- Gemci, T., Ponyavin, V., Chen, Y., Chen, H., & Collins, R. (2008). Computational model of airflow in upper 17 generations of human respiratory tract. *Journal of Biomechanics*, 41(9), 2047-2054.
- Goldberg, M. S., Burnett, R. T., Bailar 3rd, J. C., Tamblin, R., Ernst, P., Flegel, K., Brook, J., Bonvalot, Y., Singh, R., Valois, M.F., & Vincent, R. (2001). Identification of persons with cardiorespiratory conditions who are at risk of dying from the acute effects of ambient air particles. *Environmental health perspectives*, 109(suppl 4), 487-494.
- Goyal, P., & Kumar, A. (2011). Mathematical modeling of air pollutants: an application to Indian urban city. *Y InTech, Air Quality-Models and Applications*. InTech.
- Gryning, S. E., Holtslag, A. A., Irwin, J. S., & Sivertsen, B. (1987). Applied dispersion modelling based on meteorological scaling parameters. *Atmospheric Environment*, 21(1), 79-89.
- Guo, Y., Wei, J., Ou, C., Liu, L., Sadrizadeh, S., Jin, T., Tang, L., Zhang, Y., & Li, Y. (2020). Deposition of droplets from the trachea or bronchus in the respiratory tract during exhalation: a steady-state numerical investigation. *Aerosol Science and Technology*, 54(8), 869-879.
- Hairer, E., & Wanner, G. (1991). *Solving ordinary differential equations. Part II: Stiff problems*. Berlin: Springer.
- Hameed, S., & Lebedeff, S. A. (1975). Application Of Integral Method To Heat Conduction In Nonhomogeneous Media. *Journal of Heat Transfer*, 97(2), 304-305.

- Hanna, S. R., Briggs, G. A., & Hosker Jr, R. P. (1982). *Handbook on atmospheric diffusion*. Oak Ridge, TN (USA): National Oceanic and Atmospheric Administration.
- Hanna, S. R., Chang, J. C., & Strimaitis, D. G. (1993). Hazardous gas model evaluation with field observations. *Atmospheric Environment. Part A. General Topics*, 27(15), 2265-2285.
- Hayati, H., Feng, Y., & Hinsdale, M. (2021). Inter-species variabilities of droplet transport, size change, and deposition in human and rat respiratory systems: An in silico study. *Journal of Aerosol Science*, 154, 105761.
- Hinds, W. C. (1999). *Aerosol technology: properties, behavior, and measurement of airborne particles*. New York: John Wiley & Sons.
- Høiby, N. (2011). Recent advances in the treatment of *Pseudomonas aeruginosa* infections in cystic fibrosis. *BMC medicine*, 9(1), 1-7.
- Horsfield, K., Dart, G., Olson, D. E., Filley, G. F., & Cumming, G. (1971). Models of the human bronchial tree. *Journal of applied physiology*, 31(2), 207-217.
- Hughes, L., Cass, G., Gone, J., Ames, M., & Olmez, I. (1998). Physical and chemical characterization of atmospheric ultrafine particles in the Los Angeles area. *Environmental Science & Technology*, 32(9), 1153-1161.
- Hunt, J. C., & Weber, A. H. (1979). A Lagrangian statistical analysis of diffusion from a ground-level source in a turbulent boundary layer. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 105(444), 423-443.
- Ibald-Mulli, A., Wichmann, H. E., Kreyling, W., & Peters, A. (2002). Epidemiological evidence on health effects of ultrafine particles. *Journal of Aerosol Medicine*, 15(2), 189-201.
- Islam, M. S., Paul, G., Ong, H. X., Young, P. M., Gu, Y. T., & Saha, S. C. (2020). A review of respiratory anatomical development, air flow characterization and particle deposition. *International journal of environmental research and public health*, 17(2), 380.

- Islam, M. S., Saha, S. C., & Young, P. M. (2018). Aerosol particle transport and deposition in a CT-based lung airway for helium-oxygen mixture. *Proceedings of the 21st Australasian Fluid Mechanics Conference*. Adelaide, Australia.
- Islam, M. S., Saha, S. C., Sauret, E., Gemci, T., Yang, I. A., & Gu, Y. (2017). Ultrafine particle transport and deposition in a large scale 17-generation lung model. *Journal of biomechanics*, *64*, 16-25.
- Jahn, W., Gonzalez, O., de Dios Rivera, J., & Torero, J. L. (2015). Using Computational Fluid Dynamics in the forensic analysis of a prison fire. *Forensic science international*, *253*, e33-e42.
- Jaques, P. A., & Kim, C. S. (2000). Measurement of total lung deposition of inhaled ultrafine particles in healthy men and women. *Inhalation toxicology*, *12*(8), 715-731.
- Jayaraju, S. T., Brouns, M., Lacor, C., Belkassem, B., & Verbanck, S. (2008). Large eddy and detached eddy simulations of fluid flow and particle deposition in a human mouth-throat. *Journal of Aerosol Science*, *39*(10), 862-875.
- Jin, H. H., Fan, J. R., Zeng, M. J., & Cen, K. F. (2007). Large eddy simulation of inhaled particle deposition within the human upper respiratory tract. *Journal of Aerosol Science*, *38*(3), 257-268.
- Johnstone, A., Uddin, M., Pollard, A., Heenan, A., & Finlay, W. H. (2004). The flow inside an idealised form of the human extra-thoracic airway. *Experiments in Fluids*, *37*(5), 673-689.
- Katsouyanni, K., Touloumi, G., Samoli, E., Gryparis, A., Le Tertre, A., Monopoli, Y., Rossi, G., Zmirou, D., Ballester, F., Boumghar, A., & Anderson, H. R. (2001). Confounding and effect modification in the short-term effects of ambient particles on total mortality: results from 29 European cities within the APHEA2 project. *Epidemiology*, *12*(5), 521-531.
- Kesavanathan, J., Bascom, R., & Swift, D. L. (1998). The effect of nasal passage characteristics on particle deposition. *Journal of aerosol medicine*, *11*(1), 27-39.

- Keyhani, K., Scherer, P. W., & Mozell, M. M. (1995). Numerical simulation of airflow in the human nasal cavity. *Journal of biomechanical engineering*, 117(4), 429-441.
- Khaled, S. E., Mina, A. N., & Mamdouh, H. (2011). Analytical solution of Diffusion in two dimensions using two forms of eddy difusivites. *Romanian Journal of Physics*, 56, 1228-1240.
- Kiasadegh, M., Emdad, H., Ahmadi, G., & Abouali, O. (2020). Transient numerical simulation of airflow and fibrous particles in a human upper airway model. *Journal of Aerosol Science*, 140, 105480.
- Kim, C. S., & Kang, T. C. (1997). Comparative measurement of lung deposition of inhaled fine particles in normal subjects and patients with obstructive airway disease. *American journal of respiratory and critical care medicine*, 155(3), 899-905.
- Kumar, P., & Sharan, M. (2010). An analytical model for dispersion of pollutants from a continuous source in the atmospheric boundary layer. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 466(2114), 383-406.
- Kumar, P., & Sharan, M. (2016). An analytical dispersion model for sources in the atmospheric surface layer with dry deposition to the ground surface. *Aerosol and Air Quality Research*, 16(5), 1284-1293.
- Lambert, J. D. (1992). *Computational methods in ordinary differential equations*. New York: Academic Press.
- Lave, L., & Seskin, E. (1970). Air Pollution and Human Health. *Science*, 169, 723–733.
- Lazarević, N. (2012). Računarska vizuelizacija disperzije vazdušnih polutanata. Podgorica.
- Li, J., & Chen, Y. T. (2008). *Computational partial differential equations using MATLAB®*. CRC press.
- Lin, C. L., Tawhai, M. H., McLennan, G., & Hoffman, E. A. (2007). Characteristics of the turbulent laryngeal jet and its effect on airflow in the human intra-thoracic airways. *Respiratory physiology & neurobiology*, 157(2-3), 295-309.

- Lin, J. S., & Hildemann, L. M. (1996). Analytical solutions of the atmospheric diffusion equation with multiple sources and height-dependent wind speed and eddy diffusivities. *Atmospheric Environment*, 30(2), 239-254.
- Lin, J. S., & Hildemann, L. M. (1997). A generalized mathematical scheme to analytically solve the atmospheric diffusion equation with dry deposition. *Atmospheric Environment*, 31(1), 59-71.
- Longest, P. W., Tian, G., Walenga, R. L., & Hindle, M. (2012). Comparing MDI and DPI aerosol deposition using in vitro experiments and a new stochastic individual path (SIP) model of the conducting airways. *Pharmaceutical research*, 29(6), 1670-1688.
- Ludwig, F. L., & Dabberdt, W. F. (1976). Comparison of Two Practical Atmospheric Stability Classification Schemes in an Urban Application. *Journal of Applied Meteorology*, 15, 1172-1176.
- Luo, H. Y., & Liu, Y. (2008). Modeling the bifurcating flow in a CT-scanned human lung airway. *Journal of Biomechanics*, 41(12), 2681-2688.
- Majima, Y., Sakakura, Y., Matsubara, T., Murai, S., & Miyoshi, Y. (1983). Mucociliary clearance in chronic sinusitis: related human nasal clearance and in vitro bullfrog palate clearance. *Biorheology*, 20(2), 251-262.
- Marrouf, A. A., Essa, K. S., El-Otaify, M. S., Mohamed, A. S., & Ismail, G. (2015). The influence of eddy diffusivity variation on the atmospheric diffusion equation. *Open Journal of Air Pollution*, 4(3), 109.
- Martonen, T. B., Yang, Y., & Xue, Z. Q. (1994). Influences of cartilaginous rings on tracheobronchial fluid dynamics. *Inhalation Toxicology*, 6(3), 185-203.
- Matida, E. A., Finlay, W. H., Lange, C. F., & Grgic, B. (2004). Improved numerical simulation of aerosol deposition in an idealized mouth-throat. *Journal of Aerosol Science*, 35(1), 1-19.

- Mead-Hunter, R., King, A. J., Larcombe, A. N., & Mullins, B. J. (2013). The influence of moving walls on respiratory aerosol deposition modelling. *Journal of Aerosol Science*, 64, 48-59.
- Miyawaki, S., Hoffman, E. A., & Lin, C. L. (2017). Numerical simulations of aerosol delivery to the human lung with an idealized laryngeal model, image-based airway model, and automatic meshing algorithm. *Computers & fluids*, 148, 1-9.
- Moreira, D. M., & Albuquerque, T. T. (2016). Solution of the Atmospheric Diffusion Equation with Longitudinal Wind Speed Depending on Source Distance. *Revista Brasileira de Meteorologia*, 31, 202-210.
- Moreira, D. M., Rizza, U., Vilhena, M. T., & Goulart, A. (2005). Semi-analytical model for pollution dispersion in the planetary boundary layer. *Atmospheric Environment*, 39(14), 2673-2681.
- Moreira, D. M., Tirabassi, T., Vilhena, M. T., & Goulart, A. G. (2010). A multi-layer model for pollutant dispersion with dry deposition to the ground. *Atmospheric Environment*, 44(15), 1859-1865.
- Moreira, D. M., Vilhena, M. T., Buske, D., & Tirabassi, T. (2006). The GILTT solution of the advection–diffusion equation for an inhomogeneous and nonstationary PBL. *Atmospheric Environment*, 40(17), 3186-3194.
- Moreira, D. M., Vilhena, M. T., Buske, D., & Tirabassi, T. (2009). The state-of-art of the GILTT method to simulate pollutant dispersion in the atmosphere. *Atmospheric Research*, 92(1), 1-17.
- Naresh, R., & Nath, R. (1990). The effects of chemical reactions on the dispersion of air pollutants over area sources. *Earth, Moon, and Planets*, 48(2), 99-111.
- Norris, G., YoungPong, S. N., Koenig, J. Q., Larson, T. V., Sheppard, L., & Stout, J. W. (1999). An association between fine particles and asthma emergency department visits for children in Seattle. *Environmental health perspectives*, 107(6), 489-493.

- Nowak, N., Kakade, P. P., & Annapragada, A. V. (2003). Computational fluid dynamics simulation of airflow and aerosol deposition in human lungs. *Annals of biomedical engineering*, 31(4), 374-390.
- Oberdörster, G. (2000). Pulmonary effects of inhaled ultrafine particles. *International archives of occupational and environmental health*, 74(1), 1-8.
- OpenStax College. (2013). *Anatomy and physiology*. OpenStax College.
- Phalen, R. F. (2002). *The particulate air pollution controversy: A case study and lessons learned*. Dordrecht, Phalen, Robert F. : Kluwer Academic Publishers.
- Pocajt, V., & Antanasijević, D. (2018). *Odabrana poglavlja u inženjerstvu zaštite životne sredine*. Tehnološko-metalurški fakultet Univerziteta u Beogradu.
- Pourmehran, O., Gorji, T. B., & Gorji-Bandpy, M. (2016). Magnetic drug targeting through a realistic model of human tracheobronchial airways using computational fluid and particle dynamics. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 15(5), 1355-1374.
- Rahimi-Gorji, M., Gorji, T. B., & Gorji-Bandpy, M. (2016). Details of regional particle deposition and airflow structures in a realistic model of human tracheobronchial airways: two-phase flow simulation. *Computers in biology and medicine*, 74, 1-17.
- Rahimi-Gorji, M., Pourmehran, O., Gorji-Bandpy, M., & Gorji, T. B. (2015). CFD simulation of airflow behavior and particle transport and deposition in different breathing conditions through the realistic model of human airways. *Journal of Molecular Liquids*, 209, 121-133.
- Regnis, J. A., Zeman, K. L., Noone, P. G., Knowles, M. R., & Bennett, W. D. (2000). Prolonged airway retention of insoluble particles in cystic fibrosis versus primary ciliary dyskinesia. *Experimental lung research*, 26(3), 149-162.
- Richtmayer, R. D., & Morton, K. W. (1967). *Difference methods for initial value problems*. New York: Interscience Publishers.
- Rutland, J., & Cole, P. J. (1981). Nasal mucociliary clearance and ciliary beat frequency in cystic fibrosis compared with sinusitis and bronchiectasis. *Thorax*, 36(9), 654-658.

- Samet, J. M., & Jaakkola, J. J. (1999). The epidemiologic approach to investigating outdoor air pollution. У J. M. Samet, S. T. Holgate, K. H. S., & M. R. L., *Air pollution and health* (стр. 431-460). London: Academic Press.
- Sarangapani, R. (2000). Modeling particle deposition in extrathoracic airways. *Aerosol Science & Technology*, 32(1), 72-89.
- Sauret, V., Goatman, K. A., Fleming, J. S., & Bailey, A. G. (1999). Semi-automated tabulation of the 3D topology and morphology of branching networks using CT: application to the airway tree. *Physics in Medicine & Biology*, 44(7), 1625-1638.
- Schiller-Scotland, C. F., Gebhart, J., Hochrainer, D., & Siekmeier, R. (1996). Deposition of inspired aerosol particles within the respiratory tract of patients with obstructive lung disease. *Toxicology letters*, 88(1-3), 255-261.
- Sharan, M., & Kumar, P. (2009). An analytical model for crosswind integrated concentrations released from a continuous source in a finite atmospheric boundary layer. *Atmospheric Environment*, 43(14), 2268-2277.
- Sharan, M., & Modani, M. (2005). An analytical study for the dispersion of pollutants in a finite layer under low wind conditions. *Pure and applied geophysics*, 162(10), 1861-1892.
- Sharan, M., & Modani, M. (2006). A two-dimensional analytical model for the dispersion of air-pollutants in the atmosphere with a capping inversion. *Atmospheric environment*, 40(19), 3479-3489.
- Sharan, M., Singh, M. P., & Yadav, A. K. (1996). Mathematical model for atmospheric dispersion in low winds with eddy diffusivities as linear functions of downwind distance. *Atmospheric Environment*, 30(7), 1137-1145.
- Sharan, M., Yadav, A. K., Singh, M. P., Agarwal, P., & Nigam, S. (1996). A mathematical model for the dispersion of air pollutants in low wind conditions. *Atmospheric Environment*, 30(8), 1209-1220.

- Shih, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A., Yang, Z., & Zhu, J. (1995). A new k- ϵ eddy viscosity model for high reynolds number turbulent flows. *Computers & fluids*, 24(3), 227-238.
- Singh, M. P., & Ghosh, S. (1987). Bhopal gas tragedy: model simulation of the dispersion scenario. *Journal of Hazardous materials*, 17(1), 1-22.
- Sirakov, D. E., & Djolov, G. D. (1979). Atmospheric diffusion of admixtures in calm conditions. *Geophysique*, 32, 891-892.
- Smith, F. B. (1968). Conditioned particle motion in a homogeneous turbulent field. *Atmospheric Environment*, 2(5), 491-508.
- Smith, G. D. (1978). *Numerical solution of partial differential equations: Finite differences*. Oxford: Oxford University Press.
- Soni, B., & Aliabadi, S. (2013). Large-scale CFD simulations of airflow and particle deposition in lung airway. *Computers & Fluids*, 88, 804-812.
- Souza, M. L. (2012). *Modelos Analíticos de Dispersão de Poluentes Atmosféricos*. Florianopolis.
- Spikmans, V. (2019). The evolution of environmental forensics: from laboratory to field analysis. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Forensic Science*, 1(3), e1334.
- Srivastava, S., Agarwal, M., & Verma, V. S. (2009). A three-dimensional atmospheric diffusion model with variable removable rate and variable wind velocity. *Journal of National Academy of Mathematics*, 189-197.
- Stahlhofen, W., Rudolf, G., & James, A. C. (1989). Intercomparison of experimental regional aerosol deposition data. *Journal of Aerosol Medicine*, 2(3), 285-308.
- Stanley, P. J., Wilson, R., Greenstone, M. A., Mackay, I. S., & Cole, P. J. (1985). Abnormal nasal mucociliary clearance in patients with rhinitis and its relationship to concomitant chest disease. *British journal of diseases of the chest*, 79, 77-82.

- Stapleton, K. W., Guentsch, E., Hoskinson, M. K., & Finlay, W. H. (2000). On the suitability of k - ϵ turbulence modeling for aerosol deposition in the mouth and throat: a comparison with experiment. *Journal of Aerosol Science*, 31(6), 739-749.
- Stetter, H. J. (1973). *Analysis of discretisation methods for ordinary differential equations*. Berlin: Springer.
- Stockie, J. M. (2011). The mathematics of atmospheric dispersion modeling. *Siam Review*, 53(2), 349-372.
- Sunyer, J., Schwartz, J., Tobias, A., Macfarlane, D., Garcia, J., & Antó, J. M. (2000). Patients with chronic obstructive pulmonary disease are at increased risk of death associated with urban particle air pollution: a case-crossover analysis. *American journal of epidemiology*, 151(1), 50-56.
- Tirabassi, T., Buske, D., Moreira, D. M., & Vilhena, M. T. (2008). A two-dimensional solution of the advection–diffusion equation with dry deposition to the ground. *Journal of applied meteorology and climatology*, 47(8), 2096-2104.
- Tirabassi, T., Tiesi, A., Vilhena, M. T., Bodmann, B. E., & Buske, D. (2011). An analytical simple formula for the ground level concentration from a point source. *Atmosphere*, 2(2), 21-35.
- Tkemaladze, G. S., & Makhashvili, K. A. (2016). Climate changes and photosynthesis. *Annals of agrarian science*, 14(2), 119-126.
- Turner, D. B. (1970). *Workbook of atmospheric dispersion estimates*. Office of Air Program Pub. No. AP-26. Environmental protection agency, USA.
- Van de Moortele, T., Wendt, C. H., & Coletti, F. (2018). Morphological and functional properties of the conducting human airways investigated by in vivo computed tomography and in vitro MRI. *Journal of Applied Physiology*, 124(2), 400-413.
- van der Houven, P. J. (1977). *Construction of integration formulas for initial value problems*. Amsterdam: North-Holland.

- Verma, V. S. (2011). An analytical approach to the problem of Dispersion of an air pollutant with constant wind velocity and constant removal rate. *Journal of international academy of physical sciences*, 15, 43-50.
- Verma, V. S., Srivastava, S., & Agarwal, M. (2011). An analytical approach to the problem of Dispersion of an air pollutant with variable wind velocity and variable eddy diffusivity. *South East Asian Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 9(2), 43-48.
- Vulović, A., Lamovec, J., Jaćimovski, S., & Filipović, N. Transient numerical simulation of airflow characteristics in the mouth-throat 3D model. *Tehnički vjesnik*, in print.
- Walters, D. K., & Luke, W. H. (2010). A method for three-dimensional Navier–Stokes simulations of large-scale regions of the human lung airway. *Journal of Fluids Engineering*, 132(5), 051101.
- Wang, Y., & Elghobashi, S. (2014). On locating the obstruction in the upper airway via numerical simulation. *Respiratory physiology & neurobiology*, 193, 1-10.
- Wazwaz, A. M. (1998). A comparison between Adomian decomposition method and Taylor series method in the series solutions. *Applied Mathematics and Computation*, 97(1), 37-44.
- Weibel, E. R. (1963). *Morphometry of the human lung*. Berlin: Springer.
- Wendell, H. E. (1976). Meteorological Measurements. In A. C. Stern, *Air Pollution, Vol. I., Air Pollutants, Their Transformation and Transport, 3rd ed.* (стр. 569-575). New York: Academic Press.
- Xi, J., & Longest, P. W. (2007). Transport and deposition of micro-aerosols in realistic and simplified models of the oral airway. *Annals of biomedical engineering*, 35(4), 560-581.
- Xu, X. Y., Ni, S. J., Fu, M., Zheng, X., Luo, N., & Weng, W. G. (2017). Numerical investigation of airflow, heat transfer and particle deposition for oral breathing in a realistic human upper airway model. *Journal of thermal biology*, 70, 53-63.

- Yassin, M. F., Al-Harbi, M., & Kassem, M. A. (2014). Computational fluid dynamics (CFD) simulations on the effect of rough surface on atmospheric turbulence flow above hilly terrain shapes. *Environmental Forensics*, 15(2), 159-174.
- Yeh, H. C., & Schum, G. M. (1980). Models of human lung airways and their application to inhaled particle deposition. *Bulletin of mathematical biology*, 42(3), 461-480.
- Yousefi, M., Pourmehran, O., Gorji-Bandpy, M., Inthavong, K., Yeo, L., & Tu, J. (2017). CFD simulation of aerosol delivery to a human lung via surface acoustic wave nebulization. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 16(6), 2035-2050.
- Yu, S., Wang, J., Sun, X., & Liu, Y. (2016). Numerical study of the effects of bronchial structural abnormalities on respiratory flow distribution. *Biomedical engineering online*, 115(2), 479-491.
- Zeman, K. L., & Bennett, W. D. (1995). Measuring alveolar dimensions at total lung capacity by aerosol-derived airway morphometry. *Journal of aerosol medicine*, 8(2), 135-147.
- Zhang, Z., & Kleinstreuer, C. (2004). Airflow structures and nano-particle deposition in a human upper airway model. *Journal of computational physics*, 198(1), 178-210.

КРИМИНАЛИСТИЧКО-ПОЛИЦИЈСКИ УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ



ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Име и презиме аутора: Александра Вуловић

Број индекса 2Ф1/0002/16

Изјављујем

Да је докторска дисертација под насловом

Анализа утицаја аерополутаната на здравље људи са аспекта еколошке форензике

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, новембар 2021. године

A. Vuković

КРИМИНАЛИСТИЧКО-ПОЛИЦИЈСКИ УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ



**ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ
ДОКТОРСКОГ РАДА**

Име и презиме аутора: **Александра Вуловић**

Број индекса: **2Ф1/0002/16**

Студијски програм: **Форензичко инжењерство**

Наслов рада: **Анализа утицаја аерополутаната на здравље људи са аспекта еколошке форензике**

Ментор: **проф. др Стево Јаћимовски и доц. др Јелена Ламовец**

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањења у **Дигиталном репозиторијуму Криминалистичко-полицијског универзитета у Београду.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама **Криминалистичко-полицијског универзитета у Београду.**

Потпис аутора

У Београду, новембар 2021. године

A. Vukovic

КРИМИНАЛИСТИЧКО-ПОЛИЦИЈСКИ УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ



Изјава о коришћењу

Овлашћујем библиотеку Криминалистичко-полицијског универзитета да у Дигитални репозиторијум Криминалистичко-полицијског универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Анализа утицаја аерополутаната на здравље људи са аспекта еколошке форензике

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Криминалистичко-полицијског универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)

2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)

3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)

5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)

6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

Потпис аутора

У Београду, новембар 2021. године

A. Vulović